



---

# **BACHELOR**

---

Herr  
**Peter Hädicke**

## **Berechnung der Erwärmung einer Welle einer magnetisch gelagerten Zentrifuge**

2014

---

# **BACHELOR**

---

## **Berechnung der Erwärmung einer Welle einer magnetisch gelagerten Zentrifuge**

Autor:

**Peter Hädicke**

Studiengang:

Industrial Engineering

Seminargruppe:

IE10W1-B

Erstprüfer:

Prof. Dr.-Ing. Lutz Rauchfuß

Zweitprüfer:

Dipl.-Ing. Jan Roloff

Mittweida, 2014

# **Bachelor THESIS**

---

## **Approximation of heating in the shaft of a centrifuge with magnetic bearings**

author:

**Mr.**

**Peter Hädicke**

course of studies:

**Industrial Engineering**

seminar group:

**IE10W1-B**

first examiner:

**Prof. Dr.-Ing. Lutz Rauchfuß**

second examiner:

**Dipl.-Ing. Jan Roloff**

Mittweida, 2014

## Aufgabenstellung für eine Bachelorarbeit

Thema: Berechnung der Erwärmung einer Welle einer magnetisch gelagerten Zentrifuge

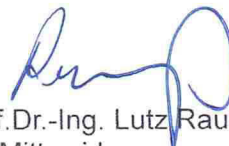
Im Rahmen von Entwicklungsaufträgen ist in der Firma EAAT GmbH eine magnetisch gelagerte Zentrifuge entwickelt worden. Im Rahmen der Arbeit sind die Verluste in der Welle und die Erwärmung der Permanentmagnete überschlagsartig zu berechnen. Die Maßangaben zur Berechnung der Parameter können aus den Konstruktionsunterlagen entnommen werden. Allgemein soll aus einem vorliegenden Meßwert am Ende der Welle über ein Wärmequellennetz die Temperaturen in den einzelnen Bestandteilen berechnet werden.

Im Einzelnen bestehen folgende Aufgaben:

1. Analyse der Konstruktion und der vorliegenden Meßwerte
2. Aufstellen eines Wärmequellennetzes.
3. Festlegung wärmetechnischer Parameter wie Wärmeleit- und Übergangswiderstände.
4. Berechnung der Temperaturen der Permanentmagnete und der Wellenoberfläche.



Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Steinbach  
Geschäftsführer



Prof. Dr.-Ing. Lutz Rauchfuß  
HS Mittweida

---

## **Bibliografische Angaben**

Hädicke, Peter: Berechnung der Erwärmung einer Welle einer magnetisch gelagerten Zentrifuge, 105 Seiten, 32 Abbildungen, Hochschule Mittweida, University of Applied Sciences, Fakultät EIT

Bachelor, 2014

## **Referat**

Ziel dieser Arbeit ist über ein Wärmequellennetzwerk die Temperaturen einzelner Bestandteile einer magnetische gelagerten Zentrifuge zu berechnen. Es wird ein Lösungsweg für eine analytische transiente Berechnung aufgezeigt und mit den Ergebnissen eines Simulationsprogrammes verglichen. Beide Berechnungsmethoden werden anhand des Stators experimentell überprüft.

# I. Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>II</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>III</b>
<b>Formelzeichenverzeichnis</b>	<b>IV</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Aufbau der Zentrifuge</b>	<b>2</b>
<b>3 Verlustleistungen</b>	<b>4</b>
3.1 Luftreibungsverluste . . . . .	4
3.2 Eisenverluste . . . . .	8
3.3 Kupferverluste . . . . .	9
3.4 Fazit . . . . .	9
<b>4 Thermischer Widerstand und Wärmekapazitäten</b>	<b>10</b>
4.1 Thermischer Widerstand . . . . .	10
4.1.1 Wärmeleitungswiderstand . . . . .	10
4.1.2 Wärmeübergangswiderstand . . . . .	14
4.2 Wärmekapazität . . . . .	17
4.3 Fazit . . . . .	18
<b>5 Aufstellen eines Wärmequellennetzwerkes</b>	<b>19</b>
5.1 Einkörpermodell . . . . .	19
5.2 Wärmequellennetzwerk . . . . .	20
5.3 Aufstellen der Lösungsgleichungen . . . . .	26
5.3.1 Knotenpunktgleichungen . . . . .	26
5.4 Berechnung des Wärmequellennetzwerkes mit dem Programm Portunus . . . . .	31
5.5 Fazit . . . . .	31
<b>6 Analytische Bestimmung der einzelnen thermischen Bestandteile</b>	<b>32</b>
6.1 Welle . . . . .	32
6.2 Permanentmagnet . . . . .	33
6.3 Widerstand Kohlefaser . . . . .	34
6.4 Noryl . . . . .	34
6.5 Zu separierendes Medium . . . . .	34
6.6 Luft/Gasspalt . . . . .	36
6.7 Kühlung . . . . .	41
6.8 Gehäuse . . . . .	43
6.9 Zahn . . . . .	44
6.10 Rücken . . . . .	44
6.11 Nutisolation . . . . .	45

6.12 Wicklung . . . . .	46
6.13 Gießharz . . . . .	46
6.14 Wärmeübergangswiderstände zur Umgebung . . . . .	47
6.15 Fazit . . . . .	47
<b>7 Ergebnisse der Berechnung</b>	<b>48</b>
7.1 Vergleich der Ergebnisse mit vorhandenen Messpunkt . . . . .	48
7.2 Vergleich der Ergebnisse mit Helium und Luft . . . . .	53
7.3 Vergleich mit voller und leerer Noryl-Kartusche . . . . .	54
7.4 Vergleich zwischen segmentierten und unsegmentierten Permanentmagneten . .	54
7.5 Fazit . . . . .	55
<b>8 Experimentelle Überprüfung des Wärmequellennetzwerkes</b>	<b>56</b>
8.1 Einspeisung von Gleichstrom in die Motor- und Lagerwicklungen . . . . .	56
8.2 Fazit . . . . .	59
<b>9 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>60</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>62</b>
<b>A Wärmeleitungswiderstände Hohlzylinder</b>	<b>64</b>
A.1 Wärmeleitung radial ohne innere Wärmequelle . . . . .	64
A.2 Wärmeleitung radial in einem Hohlzylinder mit innerer Wärmequelle . . . . .	66
<b>B Maße Zentrifuge</b>	<b>67</b>
B.1 Statorblechpaket . . . . .	67
B.2 Welle . . . . .	68
B.3 Zentrifuge . . . . .	69
<b>C Datenlogger</b>	<b>70</b>
<b>D Datenblätter</b>	<b>71</b>
<b>E Wärmequellennetzwerk Portunus</b>	<b>79</b>
<b>F Berechnungen in Mathcad</b>	<b>81</b>
F.1 Material- und Konstruktionsgrößen . . . . .	81
F.2 Verlustleistungen . . . . .	86
F.3 Thermische Bestandteile . . . . .	89
F.4 Wärmequellennetzwerk . . . . .	101

## II. Abbildungsverzeichnis

2.1 Wirkprinzipien [1] S.11 . . . . .	2
2.2 Schematischer Aufbau der Zentrifuge . . . . .	3
3.1 Taylor Wirbel [10] . . . . .	5
3.2 Vergleich der Verluste nach [11] [10] [15] . . . . .	6
3.3 Gesamte Wellenverluste aus dem Auslaufversuch ermittelt . . . . .	7
4.1 Hohlzylinder . . . . .	11
4.2 Ersatzschaltbild Zylinder radial mit innerer Wärmequelle . . . . .	12
4.3 Temperaturverlauf Hohlzylinder . . . . .	12
4.4 Temperaturverteilung eindimensionaler Wärmestrom mit Berücksichtigung unabhängiger Wärmeströme x,y [12] S.785 . . . . .	13
4.5 Wärmeleitung durch eine Wand . . . . .	14
5.1 ESB Einkörpermodell [7] . . . . .	19
5.2 Ausschnitt Zentrifuge . . . . .	21
5.3 Thermisches Ersatzschaltbild Übersichtsdarstellung . . . . .	22
5.4 Ersatzschaltbild Zentrifuge ohne Welle . . . . .	25
5.5 Eingabefeld für einen konvektiven Wärmeübergang in Portunus . . . . .	31
6.1 Skizze Auslauf Norylkartusche . . . . .	35
6.2 Wärmeübergangskoeffizient in Abhängigkeit der Luftspaltweite . . . . .	40
6.3 Rohrwendel [2] . . . . .	41
6.4 Ausschnitt Stator . . . . .	45
7.1 Entmagnetisierungskennlinie der Permanentmagneten . . . . .	48
7.2 Entmagnetisierungskennlinie und Energiedichte [4] . . . . .	49
7.3 Feldstärkeverteilung des Zentrifugenrotors nach Absturz . . . . .	49
7.4 Wärmeströme im Wellenausschnitt bei gleichen Verlustleistungen in den Magneten bei einer Drehzahl von $60.000 \cdot 1/min$ . . . . .	51
7.5 Wärmeströme im Wellenausschnitt bei ungleichen Verlustleistungen in den Magneten bei einer Drehzahl von $60.000 \cdot 1/min$ . . . . .	51



---

7.6 Temperaturverlauf der Welle mit den mittleren Temperaturen bei ungleichen Wirbelstromverlusten in den Magneten . . . . .	52
7.7 Temperaturen der einzelnen Teilkörper bei einer Drehzahl von $60.000 \cdot 1/min$ . . . . .	52
7.8 Temperaturerhöhung Luft (gestrichelt) und Helium (ganze Linien) in Abhängigkeit der Drehzahl . . . . .	53
8.1 Messung des Temperaturverlaufes . . . . .	57
8.2 Wärmebildkamera Stator . . . . .	57
8.3 Vergleich Messung Rechnung . . . . .	58
C.1 Datenlogger . . . . .	70
E.1 Schaltplan in Portunus . . . . .	80

## III. Tabellenverzeichnis

3.1 Vergleich der Verluste in der Welle von segmentierten und unsegmentierten Magneten bei einer Drehzahl von $80000 \cdot 1/min$ . . . . .	9
5.1 Verlustquellen des Wärmequellennetzes . . . . .	23
5.2 Widerstände des Wärmequellennetzes . . . . .	24
5.3 Wärmekapazitäten des Wärmequellennetzes . . . . .	25
6.1 Stoffwerte Helium Luft bei 1bar und 25°C entnommen aus [2] Abschnitt Dbb und [13]	37
6.2 Vergleich der Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_k$ mit Luft bzw. Helium zwischen Welle und Stator und einer Drehzahl von $40.000 \cdot 1/min$ . . . . .	39
7.1 Temperaturen bei unterschiedlichen Wirbelstromverlusten in den Permanentmagneten bei einer Drehzahl von $60.000 \cdot 1/min$ . . . . .	50
7.2 Temperaturen der Magnete mit voller und leerer Norylkartusche bei $60.0001/min$ . . .	54
7.3 Temperaturen Permanentmagneten bei $80.000 \cdot u/min$ mit Luft beziehungsweise Helium	55
8.1 Ermittelte Daten der Wasserkühlung . . . . .	56
B.1 Maße Statorblechpaket . . . . .	67
B.2 Maße Welle . . . . .	68
B.3 Maße Zentrifuge . . . . .	69
D.1 Zugehörigkeit der Materialien zu den Datenblättern . . . . .	71

## IV. Formelzeichenverzeichnis

### Lateinische Formelzeichen

$\dot{Q}$	Wärmestrom	$W$
$\dot{q}$	Wärmestromdichte	$\frac{W}{m^2}$
$A$	Fläche allgemein	$m^2$
$A_{Cu}$	Drahtquerschnitt	$m^2$
$A_O$	aktive Oberfläche	$m^2$
$b_{Wicklung}$	Breite Wicklung	$m$
$C$	Wärmekapazität allgemein	$\frac{J}{K}$
$c_w$	Luftreibungskoeffizient	$\frac{m}{s}$
$C_1$	Strahlungszahl	$\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
$C_{Cu}$	Wärmekapazität Wicklung	$\frac{J}{K}$
$C_{Gehäuse}$	Wärmekapazität Gehäuse	$\frac{J}{K}$
$C_{Kühlung}$	Wärmekapazität Kühlwasser	$\frac{J}{K}$
$C_{Kartusche}$	Wärmekapazität des zu separierenden Mediums	$\frac{J}{K}$
$c_{pAl}$	spezifische Wärmekapazität Aluminium	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$c_{pCu}$	spezifische Wärmekapazität Kupfer	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$c_{pFe}$	spez. Wärmekapazität Statorblech	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$C_{PM}$	Wärmekapazität Permanentmagnet	$\frac{J}{K}$
$c_{pPM}$	spezifische Wärmekapazität Permanentmagnet	$\frac{J}{kg \cdot K}$

---

$c_{pWasser}$	spez. Wärmekapazität Wasser	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$c_{pWelle}$	spezifische Wärmekapazität Welle	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$c_p$	spezifische Wärmekapazität	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$C_{Rücken}$	Wärmekapazität Rücken	$\frac{J}{K}$
$C_s$	Stefanboltzmannkonstante	$\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
$C_{Welle}$	Wärmekapazität Welle	$\frac{J}{K}$
$C_{Zahn}$	Wärmekapazität Zahn	$\frac{J}{K}$
$D$	mittlerer Krümmungsdurchmesser	$m$
$d_a$	Außendurchmesser	$m$
$d_{cu}$	Drahtdurchmesser Kupfer	$m$
$d_{iNoryl}$	Innendurchmesser Noryl	$m$
$d_i$	Innendurchmesser	$m$
$d_{Nutiso}$	Dicke Nutisolation	$m$
$d_{Rücken}$	Durchmesser Rücken	$m$
$d_R$	Durchmesser Rohrwendel	$m$
$d_{Stator}$	Durchmesser Stator	$m$
$d_{Wehr}$	Durchmesser Überlaufwehr	$m$
$D_W$	mittlerer Durchmesser	$m$
$d_{Zentrifuge}$	Durchmesser Zentrifuge	$m$
$f$	Rauhigkeitsfaktor	

---

$F_G$	geometrischer Faktor	
$h$	Steigung	
$h_{Wicklung}$	Wicklungshöhe	$m$
$I_{eff}$	Effektivwert Ständerstrom	$A$
$l$	Länge allgemein	$m$
$l_{CFK}$	Länge Kohlefaser	$m$
$l_{Draht}$	Drahtlänge	$m$
$l_{FE}$	Länge zahn	$m$
$l_{noryl}$	Länge Noryl	$m$
$l_{PM}$	Länge Permanentmagnet	$m$
$l_{Rücken}$	Länge Rücken	$m$
$l_w$	Lange Welle	$m$
$l_{Zahn}$	Länge Zahn	$m$
$m$	Masse allgemein	$kg$
$m_{Cu}$	Masse Wicklung	$kg$
$m_{Gehäuse}$	Masse Gehäuse	$kg$
$m_{PM}$	Masse Permanentmagnet	$kg$
$m_{Rücken}$	Masse Rücken	$kg$
$m_{Str}$	Strangzahl	
$m_{Teilstück}$	Masse Teilstück	$kg$

$m_{Welle}$	Masse Welle	$kg$
$N$	Wicklungszahl	
$n$	Drehzahl allgemein	$\frac{1}{s}$
$n_{krit,T}$	kritische Drehzahl für turbulente Stromung	$\frac{1}{s}$
$Nu$	Nußelt-Zahl	
$Nu_{m,\vartheta}$	mittlere Nußelt-Zahl	
$P_{Fe}$	Eisenverluste	$W$
$P_{vCu}$	Stromwärmeverluste	$W$
$P_{vPM}$	Wirbelstromverluste in Permanentmagneten	$W$
$P_{vRücken}$	Eisenverluste Rücken	$W$
$P_{vR}$	Luft- Gasreibungsverluste allgemein	$W$
$P_{vWellenges}$	gesamte Wellenverluste	$W$
$P_{vW}$	Wirbelstromverluste allgemein	$W$
$P_{vZahn}$	Eisenverluste Zahn	$W$
$P_v$	Verlustleistung allgemein	$W$
$Pr$	Prandtl-Zahl	
$Pr_W$	Prandtl-Zahl bei Wandtemperatur	
$Q$	Volumenstrom	$\frac{m^3}{s}$
$r$	Radius allgemein	$m$
$R_{lr}$	halber thermischer Widerstand radial	$\frac{K}{W}$

---

$R_{2r}$	halber thermischer Widerstand radial	$\frac{K}{W}$
$R_a$	thermischer Widerstand axial	$\frac{K}{W}$
$r_a$	Außenradius	$m$
$r_i$	Innenradius	$m$
$R_{mr}$	mittlerer thermischer Widerstand radial	$\frac{K}{W}$
$r_m$	mittlerer Radius	$m$
$r_{Statorbohrung}$	Radius Statorbohrung	$m$
$R_{Str}$	Strangwiderstand	$\frac{V}{A}$
$R_{thGehäuse}$	Leitungswiderstand Gehäuse	$\frac{K}{W}$
$R_{thHarz}$	Wärmeleitungswiderstand Gießharz	$\frac{K}{W}$
$R_{thNutiso}$	Wärmeleitungswiderstand Nutisolation	$\frac{K}{W}$
$R_{thRücken}$	Leitungswiderstand Rücken	$\frac{K}{W}$
$R_{thZahn}$	Leitungswiderstand Zahn	$\frac{K}{W}$
$R_{th\ddot{U}}$	Wärmeübergangswiderstand	$\frac{K}{W}$
$R_{th\ddot{u}}$	Wärmeübergangswiderstände der Teilkörper zur Umgebung	$\frac{K}{W}$
$R_{thCFK}$	Leitungswiderstand Kohlefaser	$\frac{K}{W}$
$R_{thKGU}$	Übergangswiderstand Gehäuse Umgebung	$\frac{K}{W}$
$R_{thKNoryl}$	Übergangswiderstand Noryl	$\frac{K}{W}$
$R_{thKWendel}$	Übergangswiderstand Rohrwendel	$\frac{K}{W}$
$R_{thK}$	Wärmeübergangswiderstand Luft- Gasspalt	$\frac{K}{W}$

---

$R_{thLa}$	thermischer Widerstand axial	$\frac{K}{W}$
$R_{thL}$	Wärmeleitungswiderstand	$\frac{K}{W}$
$R_{thNoryl}$	Leitungswiderstand Noryl	$\frac{K}{W}$
$R_{th}$	thermischer Widerstand allgemein	$\frac{K}{W}$
$r_{Welle}$	Radius Welle	$W$
$R_{ZRotor}$	gemittelte Rautiefe	$m$
$Re$	Reynolds-Zahl	
$Re_{krit}$	kritische Reynoldszahl	
$s$	Weg	$m$
$T$	absolute Temperatur	$K$
$t$	Zeit	$s$
$Ta$	Taylorzahl	
$Ta_m$	modifizierte Taylorzahl	
$V$	Volumen	$m^3$
$v$	Geschwindigkeit allgemein	$\frac{m}{s}$
$v_{spez}$	spezifischen Eisenverluste	$\frac{W}{kg}$
$Z$	Anzahl Zahne	

### Griechische Formelzeichen

$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\alpha_{Cu}$	Temperaturkoeffizient Kupfer	$\frac{1}{K}$



$\alpha_k$	Wärmeübergangskoeffizient Konvektion	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\alpha_s$	Wärmeübergangskoeffizient Strahlung	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\delta$	Luftspaltweite	$m$
$\Delta\vartheta$	Temperaturerhöhung allgemein	$K$
$\Delta\vartheta_{Kühlwasser}$	Temperaturerhöhung Kühlwasser	$K$
$\Delta\vartheta_{mPM1}$	mittlere Temperaturerhöhung Permanentmagnet am Einlauf	$K$
$\Delta\vartheta_{mPM2}$	mittlere Temperaturerhöhung Permanentmagnet am Auslauf	$K$
$\Delta\vartheta_{Wo,A}$	Temperaturerhöhung Wellenoberfläche am Auslauf	$K$
$\Delta\vartheta_{Wo,E}$	Temperaturerhöhung Wellenoberfläche am Einlauf	$K$
$\dot{\omega}$	Wärmequellendichte	$\frac{W}{m^3}$
$\varepsilon_s$	Emissionsverhältnis	
$\eta$	dynamische Viskosität	$Pa \cdot s$
$\kappa_{Cu}$	elektrische Leitfähigkeit Kupfer	$\frac{S}{m}$
$\lambda_\delta$	Wärmeleitwert Luft- Gasspalt	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\lambda_{Alu}$	Wärmeleitwert Aluminium	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\lambda_{CFK}$	Wärmeleitwert Kohlefaser	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\lambda_{Fe}$	Wärmeleitfähigkeit Statorblech	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\lambda_{Harz}$	Wärmeleitfähigkeit Gießharz	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\lambda_{noryl}$	Wärmeleitwert Noryl	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\lambda_{Nul}$	Wärmeleitfähigkeit Nutisolation	$\frac{W}{m \cdot K}$

---

$\lambda_{PM}$	Wärmeleitwert Permanentmagnet	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\lambda_{Welle}$	Wärmeleitwert Welle	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\nu$	kinetische Viskosität	$\frac{m^2}{s}$
$\rho$	Dichte allgemein	$\frac{kg}{m^3}$
$\rho_{Al}$	Dichte Aluminium	$\frac{kg}{m^3}$
$\rho_{Cu}$	Dichte Kupfer	$\frac{kg}{m^3}$
$\rho_{Fe}$	Dichte Statorblech	$\frac{kg}{m^3}$
$\rho_{PM}$	Dichte Permanentmagnet	$\frac{kg}{m^3}$
$\rho_{Stahl}$	Dichte Welle	$\frac{kg}{m^3}$
$\rho_{Wasser}$	Dichte Wasser	$\frac{kg}{m^3}$
$\tau$	Zeitkonstante	$s$
$\vartheta$	Temperatur allgemein	$^{\circ}C$
$\vartheta_0$	Anfangstemperatur	$^{\circ}C$
$\vartheta_{\infty}$	Endtemperatur	$^{\circ}C$
$\vartheta_a$	Temperatur Außen	$^{\circ}C$
$\vartheta_i$	Temperatur Innen	$^{\circ}C$
$\vartheta_{mPM}$	mittlere Temperatur Permanentmagnet	$^{\circ}C$
$\vartheta_m$	mittlere Temperatur Allgemein	$^{\circ}C$
$\vartheta_{Wo,A}$	Temperatur Wellenoberfläche am Auslauf	$^{\circ}C$
$\vartheta_{Wo,E}$	Temperatur Wellenoberfläche am Einlauf	$^{\circ}C$

# 1 Einleitung

In der Technik und Industrie geht der Trend zu immer höheren Drehzahlen. Diese geforderten hohen Drehzahlen führen zu Umfangsgeschwindigkeiten an der Welle, welche mit klassischen Lagern nicht mehr zu bewältigen sind. So reißt bei Gleitlagern, bei hohen Drehzahlen, der Schmierfilm ab und bei Wälzlagern treten hohe Pressungen von Wälzkörpern und Laufflächen auf. Durch Alterung und Temperatureinflüsse ändern sich die Eigenschaften von Schmiermitteln, somit der Verschleiß und die Lebensdauer. Auch gibt es Umgebungen, in denen eine Wartung des Lagers unmöglich bzw. zu teuer ist, wie z.B.: Drahlräder im Weltraum. Magnetlager stellen somit, durch berührungslose Lagerung, eine sinnvolle Alternative zu den herkömmlichen Lagern dar.

Die Firma EAAT GmbH Chemnitz entwickelt und konstruiert, seit ihrer Gründung im Jahr 1993, magnetisch gelagerte Wellen. Ein neues in der Entwicklung befindliches Produkt ist eine magnetisch gelagerte Zentrifuge für die Medezintechnik, welche für sehr hohe Drehzahlen (80.000 Umdrehungen pro Minute) und Zentrifugalbeschleunigungen ( $165.000 \cdot g$ ) ausgelegt ist. Sie kann unter anderem Nanopartikel separieren.

Diese hohen Drehzahlen bewirken allerdings auch nicht vernachlässigbare Verluste. So steigen beispielsweise mit Drehzahl und Frequenz die Luftreibungsverluste und Eisenverluste. Diese hohen Verluste können zu einer unzulässigen Erwärmung der Welle und des zu separierenden Mediums führen und somit zur Beschädigung der Permanentmagneten.

Während des Betriebes der Zentrifuge kam es durch zu hohe Temperaturen zur irreversiblen Beschädigung der Permanentmagnete. Aufgrund dieser Beschädigung soll in der Arbeit die Wärmeverteilung in der Welle untersucht werden. Um den Temperaturverlauf zwischen den einzelnen Komponenten wie Wellenoberfläche und Permanentmagnete zu erhalten, ist ein Wärmequellennetzwerk zu erstellen.

Zuerst werden die einzelnen Verlustleistungen lokalisiert und überschlagartig berechnet. Es wird kurz auf die Grundlagen der Wärmeübertragung eingegangen und die daraus resultierenden Formeln für die thermischen Widerstände angegeben. Es wird eine Lösungsmethode für eine analytische, transiente Berechnungsmethode nach Kipp [9] aufgezeigt und für den Stator experimentell überprüft. Die Berechnungen werden mit dem Programm Mathcad durchgeführt. Weiterhin werden die Wärmeleitungs- und Wärmeübergangswiderstände und die Wärmekapazitäten in dieser Arbeit analytisch berechnet. Das Wärmenetzwerk für die Zentrifuge wird mit dem Simulationsprogramm Portunus gelöst.

## 2 Aufbau der Zentrifuge

In diesem Kapitel wird auf den konstruktiven Aufbau und die verwendeten Materialien der zu untersuchenden magnetisch gelagerten Zentrifuge eingegangen.

Magnetlager lassen sich hinsichtlich ihres physikalischen Wirkprinzips einteilen.

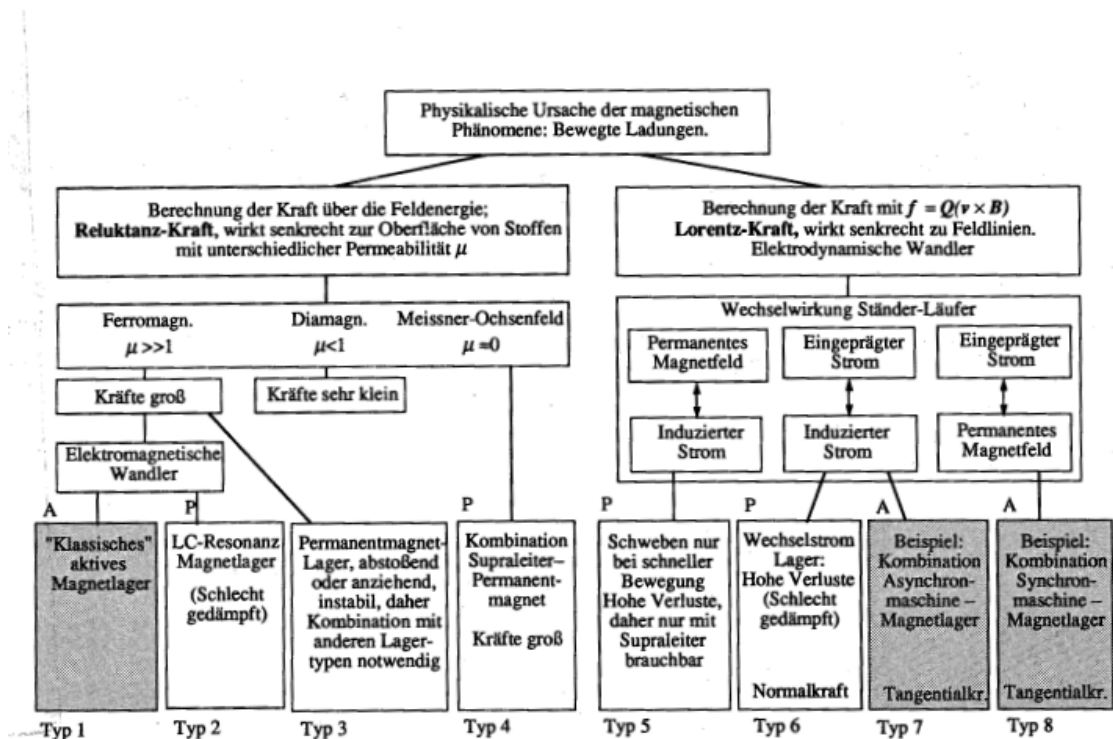


Abbildung 2.1: Wirkprinzipien [1] S.11

Die Wirkungsweise der Magnetlagerung der Zentrifuge beruht auf dem Prinzip des lagerlosen Motors (Typ 8). Aufgrund der hohen Zentrifugalkräfte ist die Hohlwelle aus massivem Stahl einer hohen Festigkeitsklasse gefertigt.

In dem Stator sind die Motor- und Lagerwicklungen untergebracht. Zur Verbesserung der Wärmeleitfähigkeit sind die Wicklungen in Gießharz eingegossen. Die Permanentmagnete aus NdFeB sind auf die Hohlwelle aufgeklebt und mit Kohlefaser (CFK) bandagiert.

Das zu separierende Medium (Suspension) durchfließt eine Noryl-Kartusche, welche im Inneren des Rotors eingesetzt wird. Die Feststoffe setzen sich im Inneren ab und die Flüssigkeit (Zentrifugat) fließt in einem Ablauf ab. Der Werkstoff Noryl ist ein von der Pharmazie anerkannter Werkstoff, er ist hitzebeständig und hat eine geringe Wasser-

aufnahme. Ist die Norylkartusche voll, kann diese durch eine neue ausgetauscht werden.

Die Datenblätter der einzelnen Werkstoffe sind im Anhang aufgelistet.

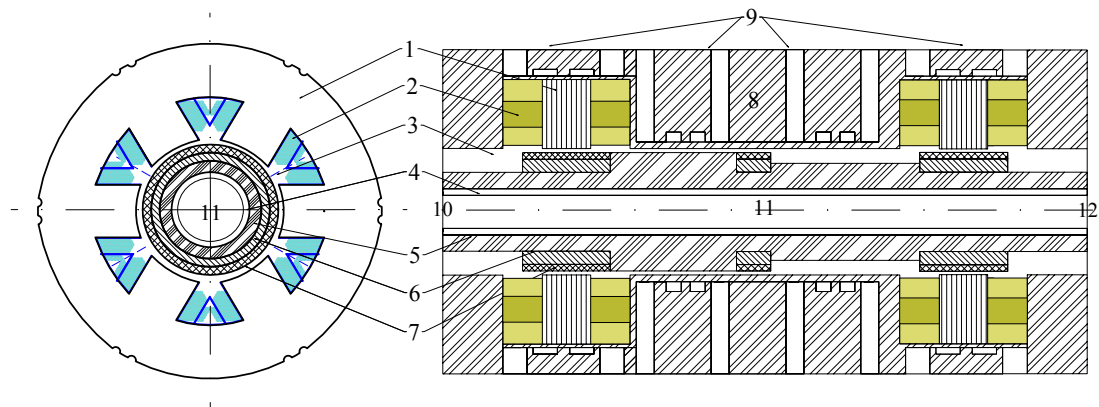


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau der Zentrifuge

In der Abb. 2.2 ist der schematische Aufbau der Zentrifuge dargestellt mit:

1. Statorzahn und Rücken (Statorblechpaket)
2. Motor- und Lagerwicklung
3. Luftspalt
4. Norylrohr
5. Welle (Stahlrohr)
6. Permanentmagnete
7. Kohlefaserbandage
8. Gehäuse
9. Wasserkühlung mit Rohrwendel
10. Einlauf
11. Zu separierendes Medium
12. Auslauf

Das Gehäuse ist wassergekühlt. Auf der Ablaufseite ist im Gehäuse ein Infrarot-Thermometer eingebaut, mit welchem die Oberflächentemperatur der Welle ermittelt werden kann (nicht im schematischen Aufbau eingezeichnet). Die Wicklungstemperatur wird mit einem NTC (Negative Temperature Coefficient) Widerstand gemessen und ausgewertet. Zur Verringerung der Reibungsverluste und um eine bessere Wärmeabgabe der Welle zu ermöglichen, kann die Zentrifuge mit Helium geflutet werden. Eine genauere Betrachtung hierzu in den Kapiteln 3 und 6.6.

## 3 Verlustleistungen

In der Zentrifuge treten, wie bei jedem Prozess der Energiewandlung, verschiedene Verluste auf. In der magnetgelagerten Zentrifuge treten hauptsächlich folgende Verluste auf:

- Luftreibungsverluste
- Kupferverluste
- Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten
- Eisenverluste im Statorblechpaket

In diesem Kapitel werden kurz die auftretenden Verluste näher betrachtet und überschlagartig berechnet. Die Berechnung mit dem Programm Mathcad ist im Anhang F.2. Ein Teil der Verluste wurde von Prof. Dr.-Ing. habil U.Beckert berechnet.

### 3.1 Luftreibungsverluste

Durch die hohen Drehzahlen treten an der Welle nicht vernachlässigbare Luftreibungsverluste auf.

Generell sind Luftreibungsverluste nur schwer zu berechnen. Für die Ermittlung der Reibungsverluste finden sich in der Literatur unterschiedliche Herangehensweisen.

Schuisky geht in [5] von einer Erfahrungsformel aus. Diese wird durch die Überlegung gewonnen, dass die Luftreibungsverluste dem Quadrat der Läufergeschwindigkeit und proportional der Reibungsfläche eingehen. Er berücksichtigt weiterhin einen Reibungskoeffizienten  $c_w$  und gibt praktische Beispiele dafür an. Für Turbomaschinen mit Luftkühlung gibt er  $c_w \approx 5$  und mit Wasserstoffkühlung  $c_w < 3$  an.

In [10], [15] und [11] werden weiterhin die physikalischen Eigenschaften des Gases im Luftspalt berücksichtigt und ob sich eine laminare oder turbulente Strömung einstellt. Saari geht in [10] genauer auf die Betrachtung der Reibungsverluste ein. Zu beachten ist, dass in der Literatur unterschiedliche Formeln zur Berechnung der dimensionslosen Kenngrößen angegeben werden, Centner fasst dies in [15] zusammen.

Eine Welle mit unterschiedlichen Durchmessern wird in zylindrische Sektionen mit dem Radius  $r_i$  und der Länge  $l_i$  unterteilt. Die Summe aller Reibungsverluste ergeben sich mit der Dichte  $\rho$  des umgebenden Mediums und der Drehzahl  $n$  so zu [11]:

$$P_{vR} = \sum_i c_{w,i} \cdot \pi \cdot \rho \cdot (2\pi n)^3 \cdot r_i^4 \cdot l_i \quad (3.1)$$

### Ermittlung des Luftreibungskoeffizienten $c_w$

Der Luftreibungskoeffizient ist abhängig von dimensionslosen Kennzahlen. Die Reynolds-Zahl für eine freie Rotation ergibt sich mit der kinetischen Viskosität  $\nu$  und der Drehzahl  $n$  zu:

$$Re_i = r_i^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{\nu} \quad (3.2)$$

Die Taylorzahl beschreibt, ob sich in dem Luftspalt Taylor-Wirbel ausbilden. Taylor-Wirbel sind kreisförmige, schnelle Fluktuationen, die im jeweiligen Luftspalt  $\delta_i$  entstehen. (Abbildung 3.1) Nach [11] ergibt sich die Taylorzahl zu:

$$Ta_i = Re_i \cdot \left(\frac{\delta_i}{r_i}\right)^{3/2} \quad (3.3)$$

Für  $Re_i > 170$  und  $Ta_i > 41$  ist der Luftreibungskoeffizient nach [11]

$$c_{w,i} = 0,007 \quad (3.4)$$

mit  $l_i = r_i$

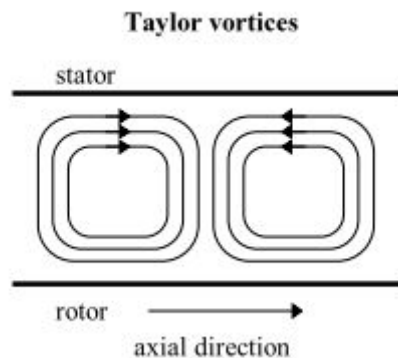


Abbildung 3.1: Taylor Wirbel [10]

Rotiert ein Zylinder in einem anderen, feststehenden Zylinder, gilt für die Reynoldszahl (Couette Reynolds Zahl): [10], [15]

$$Re_\delta = \frac{2\pi n \cdot r \cdot \delta}{\nu} \quad (3.5)$$

Für die Luftreibungskoeffizienten gibt Saari in [10] an.

$$c_w = 0,515 \cdot \frac{\left(\frac{\delta}{r}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,5}} \quad (500 < Re_\delta < 10^4) \quad (3.6)$$

$$c_w = 0.0325 \cdot \frac{\left(\frac{\delta}{r}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,2}} \quad (10^4 < Re_\delta) \quad (3.7)$$

Centner [15] gibt noch einen weiteren Luftreibungskoeffizienten an mit:

$$c_w = 0,035 \cdot Re_\delta^{-0,15} \quad (3.8)$$

In der Abbildung 3.2 sind die Luftreibungsverluste, mit unterschiedlichen Luftreibungskoeffizienten berechnet, über der Drehzahl dargestellt. Bei höheren Drehzahlen variieren die berechneten Luftreibungsverluste stark. Mit den Koeffizienten nach 3.6 und 3.7 ergeben sich deutlich geringere Verluste( um ca.1kW ).

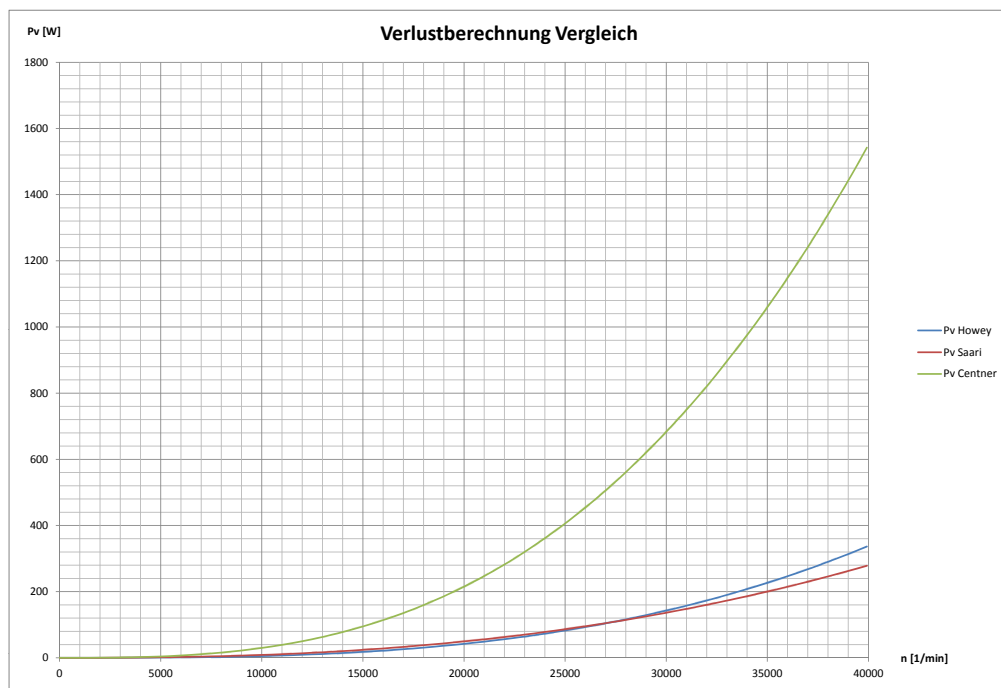


Abbildung 3.2: Vergleich der Verluste nach [11] [10] [15]



Zur Verringerung der Reibungsverluste kann das Gehäuseinnere mit Helium geflutet werden. Mit den Gleichungen Gl.3.1 - Gl.3.4 ergeben sich für die Welle bei einer Drehzahl von  $40.000 \cdot 1/min$  für Helium und Luft folgende Reibungsverluste:

$$P_{vRLuft} = 344W$$

$$P_{vRHelium} = 46W$$

Somit verringern sich die Reibungsverluste durch Helium um  $\Delta P_v = 298W$ . Diese beiden Verlustleistungen zeigen deutlich den Einfluss des umgebenden Mediums. Mit Helium verringern sich die Reibungsverluste aufgrund der geringeren Dichte von Helium, um den Faktor 6 – 7.

Die unterschiedlichen Angaben in der Literatur zeigen die Schwierigkeit der analytischen Bestimmung der Luftreibungsverluste. Für die Zentrifuge wurden aus diesem Grund die Verluste an der Welle experimentell ermittelt. Hierfür wurden Auslaufversuche ab einer Drehzahl von  $40.000 \cdot 1/min$  mit Helium und Luft als umgebendes Medium durchgeführt. Mit diesen Versuchen können die Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste der Welle ermittelt werden (Abbildung 3.3).

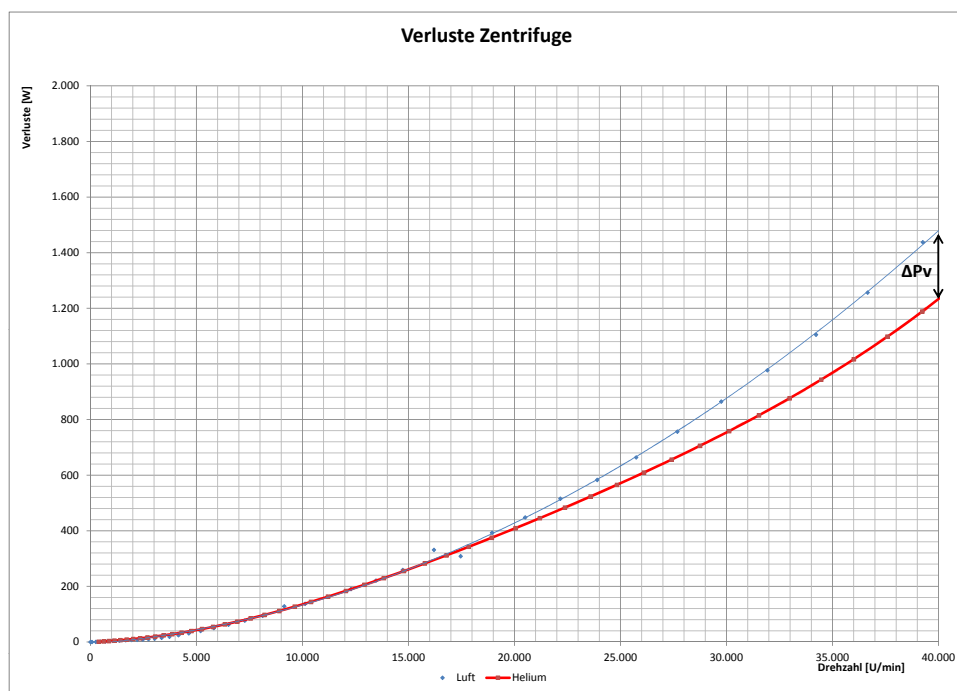


Abbildung 3.3: Gesamte Wellenverluste aus dem Auslaufversuch ermittelt

Aus dem Auslaufversuch ist zu erkennen, dass mit Helium sich die Reibungsverluste bei einer Drehzahl von  $n = 40.000 \cdot 1/min$  um ca.  $\Delta P_v = 240W$  verringern. Bei den berechneten Werten verringerte sich die Verlustleistung dagegen um  $298W$ . Ursachen für diesen Unterschied zwischen den berechneten und gemessenen Werten liegen an den

Berechnungsmethoden und daran, dass kein reines Helium, sondern Ballongas (95 % Heliumanteil) verwendet wurde. Weiterhin kann nicht sichergestellt werden, dass die Zentrifuge komplett mit Helium geflutet ist und sich somit ein Helium/Luftgemisch im Inneren befindet.

## 3.2 Eisenverluste

Eisenverluste setzen sich zusammen aus Hysterese- und Wirbelstromverluste und entstehen durch das Ummagnetisieren des Rotors und Statorbelchpaketes.

Im Stator und Rotor werden durch das auf sie einwirkende veränderliche Magnetfeld Spannungen induziert. Diese verursachen wiederum einen Stromfluss. Um diesen zu reduzieren, wird der magnetische Kreis aus gegeneinander isolierten Blechen aufgebaut.

Für einen geblechten Stator und Welle sind in [5] und [6] für die praktische Anwendung Formeln enthalten. Der Stator, Rotor wird in einzelne Teilstücke zergliedert und die spezifischen Eisenverluste  $v_{spez}$  ermittelt. Danach ergeben sich multipliziert mit der jeweiligen Masse die Eisenverluste.

$$P_{vFe} = v_{spez} \cdot m_{Teilstück} \quad (3.9)$$

Da die Welle jedoch aus massiven Stahl gefertigt ist, sind diese Formeln nicht gültig. Da die Berechnung nicht Bestandteil dieser Arbeit ist und den Umfang übersteigen würde, wurden die Verluste extern berechnet und zur Verfügung gestellt. Prof. Dr.-Ing. habil Beckert von der TU-Freiberg berechnete die Wirbelstromverluste in den Magneten und der Welle für eine Drehzahl von  $80000 \cdot 1/min$ . Diese liegen je Motor bei 2190W, 17% davon entstehen in der massiven Welle. Durch Segmentierung der Magneten können die Wirbelstromverluste in den Magneten reduziert werden. Mit zunehmender Unterteilung der Magnete wächst der Betrag der entstehenden Verluste in der Welle.

Um die Wirbelstromverluste zu verringern, wurden die Magnete in Teilmagnete untergliedert. Dadurch verringern sich die Wirbelstromverluste ca. um den Faktor 2,46. 61% der gesamten Wirbelstromverluste entstehen nach der Segmentierung in der massiven Welle.

In der Tabelle 3.1 sind die von Prof. Beckert berechneten Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten und der Welle zusammengefasst dargestellt.

	Unsegmentiert	Segmentiert
Magneten	1817W	347W
Welle	372W	543W

Tabelle 3.1: Vergleich der Verluste in der Welle von segmentierten und unsegmentierten Magneten bei einer Drehzahl von  $80000 \cdot 1/min$

### 3.3 Kupferverluste

Der Effektivwert des Ständerstromes  $I_{eff}$  bestimmt die Stromwärmeverluste. Die gesamten Kupferverluste ergeben sich mit der Strangzahl  $m_{Str}$  zu:

$$P_{vCu} = m_{Str} \cdot I_{eff}^2 \cdot R_{str} \quad (3.10)$$

Es ist zu beachten, dass der Wicklungswiderstand temperaturabhängig ist:

$$R_{str} = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot \Delta\vartheta) \quad (3.11)$$

Mit:

- $\Delta\vartheta$  Temperaturerhöhung im Bezug zur Umgebung
- $\alpha_{Cu} = 3,93 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$  Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstands von Kupfer

### 3.4 Fazit

Die Berechnung der Luftreibungsverluste wird erschwert durch die unterschiedlichen Angaben in der Literatur. So kommt es zu großen Unterschieden zwischen den berechneten Werten. Neben der Ermittlung der Reibungsverluste ist die Berechnung der Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten und der massiven Welle besonders schwierig. Aus diesem Grund wurden in dieser Arbeit die Verluste nur überschlagartig berechnet und die Berechnung der Wirbelstromverluste extern ermittelt. Eine experimentelle Überprüfung der berechneten Werte ist nicht immer in jedem Fall möglich. Aus dem Auslaufversuch in Luft und Vakuum lassen sich die Luftreibungsverluste ermitteln. Im Vakuum bleiben die Hysterese und Wirbelstromverluste übrig.

## 4 Thermischer Widerstand und Wärmekapazitäten

In diesem Kapitel wird auf die Grundlagen der Wärmeübertragung eingegangen. Diese findet durch Wärmeleitung, Strahlung und Konvektion statt. Der thermische Widerstand  $R_{th}$  setzt sich aus dem Wärmeleitungs  $R_{thL}$ - und Wärmeübergangswiderstand  $R_{thÜ}$  zusammen. Jeder Körper kann thermische Energie speichern (Wärmekapazität). Es werden Rechenwege zur analytischen Bestimmung der Widerstände und Wärmekapazitäten aufgezeigt.

### 4.1 Thermischer Widerstand

#### 4.1.1 Wärmeleitungswiderstand

Geschieht die Wärmeübertragung ohne Stoffaustausch zwischen zwei Medien, so bezeichnet man diese als Wärmeleitung. Ein Temperaturgefälle  $\Delta\vartheta$  entlang eines Weges  $s$ , mit der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , hat einen Wärmestrom  $\dot{Q}$  zur Folge. Nach dem Grundgesetz der Wärmeleitung nach Fourier gilt für eindimensionale Wärmeleitung [2]:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial s} \quad (4.1)$$

Die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  gibt an, welcher Wärmestrom pro Flächeneinheit übertragen wird.

$$\dot{q} = \frac{d\dot{Q}}{dA} \quad (4.2)$$

#### ***Wärmeleitung radial über einem Hohlzylinder ohne interne Wärmequelle***

Der Wärmestrom wird als konstant angenommen  $\dot{Q} = const$ . Die wärmedurchströmte Fläche ist für jeden Radius unterschiedlich. Für einen beliebigen Radius  $r_n$  gilt:

$$A_n = 2\pi r_n l \quad (4.3)$$

Somit ergibt sich mit den Gl. 4.1 - 4.3 der Wärmestrom für einen Hohlzylinder zu:

$$\dot{Q} = 2\pi r l \cdot \lambda \frac{d\vartheta}{dr} \quad (4.4)$$

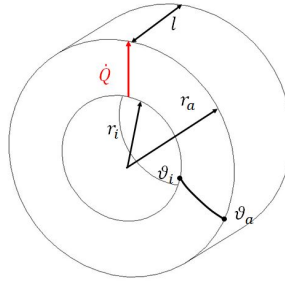


Abbildung 4.1: Hohlzylinder

Es ergibt sich, nach Abbildung 4.1, durch Integration:

$$\int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = \int_{\vartheta_i}^{\vartheta_a} \frac{2\pi l \cdot -\lambda}{\dot{Q}} \cdot d\vartheta \quad (4.5)$$

Aus der Gleichung 4.5 folgt:

$$\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = -\lambda \cdot \frac{2\pi l}{\dot{Q}} \cdot (\vartheta_a - \vartheta_i) \quad (4.6)$$

Der thermische Leitungswiderstand ergibt sich, analog zum elektrischen Widerstand, aus dem Temperaturunterschied über dem Wärmestrom.

$$R_{thL} = \frac{\vartheta_i - \vartheta_a}{\dot{Q}} = \frac{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{2\pi l \lambda} \quad (4.7)$$

### **Wärmeleitung radial über einem Hohlzylinder mit interner Wärmequelle**

Für einen Hohlzylinder mit innerer Wärmequelle  $\dot{\omega}$  gilt im stationären Zustand für den eindimensionalen Fall [3]:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} + \frac{\dot{\omega}}{\lambda} = 0 \quad (4.8)$$

$\dot{\omega}$  ist die Wärmequellendichte und ergibt sich zu:

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{Q}}{V} \quad (4.9)$$

Mit geeigneten Randbedingungen ergibt sich das Ersatzschaltbild in Abbildung 4.2. Die Herleitung der einzelnen Widerstände erfolgt im Anhang A.

Die Leitungswiderstände ergeben sich zu:

$$R_{1r} = \frac{1}{4\pi\lambda l} \left( \frac{2r_a^2 \cdot \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} - 1 \right) \quad (4.10)$$

$$R_{2r} = \frac{1}{4\pi\lambda l} \left( 1 - \frac{2r_i^2 \cdot \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (4.11)$$

$$R_{mr} = \frac{-1}{8\pi\lambda(r_a^2 - r_i^2)l} \left( r_a^2 + r_i^2 - 4 \frac{r_a^2 r_i^2 \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (4.12)$$

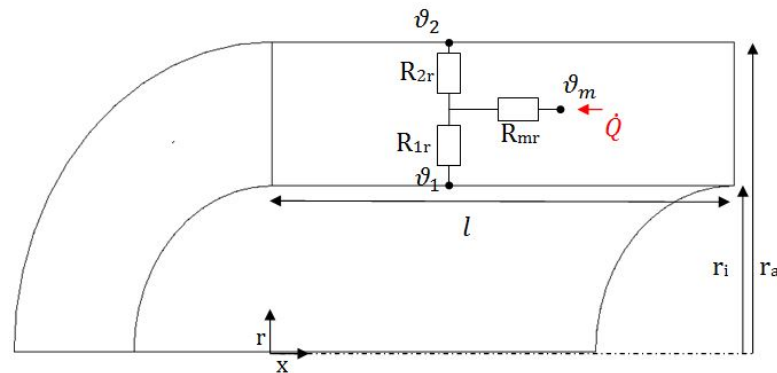


Abbildung 4.2: Ersatzschaltbild Zylinder radial mit innerer Wärmequelle

In der Abbildung 4.3 ist der Temperaturverlauf eines Hohlzylinders mit innerer Wärmequelle dargestellt. Die durchgehende Linie zeigt die exakte Lösung der Wärmeleitungsgleichung. Die gestrichelten Linien zeigen den Temperaturverlauf mit dem Ersatzschaltbild nach Abbildung 4.2. Der Temperaturverlauf in der Abbildung 4.3 stellt sich für einen Zylinder mit  $r_i = 40\text{mm}$ ,  $r_a = 80\text{mm}$ ,  $l = 80\text{mm}$ ,  $\lambda = 1\text{W/m}\cdot\text{K}$  und  $\dot{Q} = 20\text{W}$ .

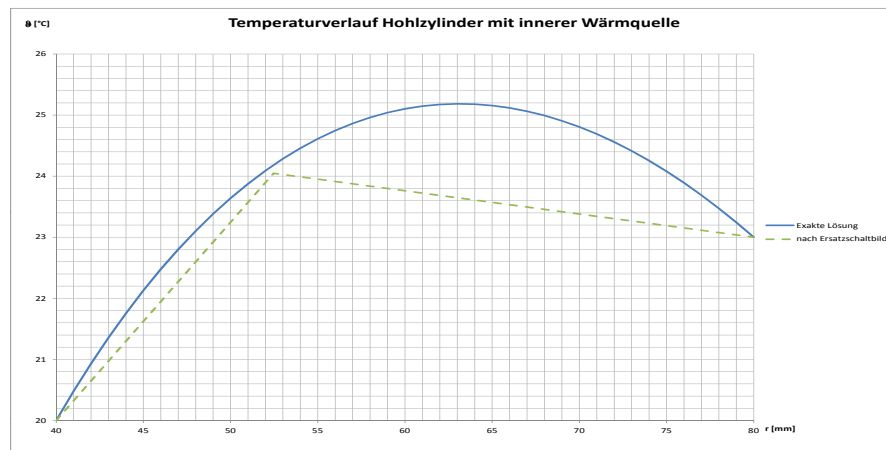


Abbildung 4.3: Temperaturverlauf Hohlzylinder

### Wärmeleitung axial

Neben der radialen Wärmeverteilung muss auch die axiale Wärmeleitung in der Welle berücksichtigt werden. Eine analytische Lösung der allgemeinen Wärmeleitungsgleichung (Gleichung 4.13) für den mehrdimensionalen Fall und die Darstellung als Ersatzschaltbild bereitet einige Mühen. Soderberg [12] und Bousbain [14] konstruieren den mehrdimensionalen Fall, unter einigen Voraussetzungen, aus den eindimensionalen Lösungen. Es wird von unabhängigen Wärmeströmen in radialer und axialer Richtung, einer gleichen mittleren Temperatur und keinem Wärmefluß entlang des Umfangs ausgegangen.

$$c\rho \frac{d\vartheta}{dt} = \dot{\omega} + \lambda \left( \frac{\partial \vartheta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \vartheta^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \vartheta^2}{\partial z^2} \right) \quad (4.13)$$

Für den Stationären Fall wird die linke Seite der Gleichung 4.13 zu Null. Findet keine innere Wärmeerzeugung statt, ist  $\dot{\omega} = 0$ .

Der thermische Widerstand in axialer Richtung ergibt sich für den eindimensionalen Fall nach [14] [16] zu:

$$R_{thLa} = \frac{l}{\pi \cdot \lambda (r_a^2 - r_i^2)} \quad (4.14)$$

Nach Soderberg [12] befindet sich die mittlere Temperatur in axialer Richtung bei  $l/3$  Abbildung 4.4. Somit ergibt sich der axiale Leitungswiderstand, unter Berücksichtigung des radialen Wärmeflusses zu:

$$R_a = \frac{R_{thLa}}{3} \quad (4.15)$$

Mit dem axialen Widerstand  $R_a$  wird der axiale Leitungswiderstand der Welle zu dem mittlerem Magneten der Welle berücksichtigt.

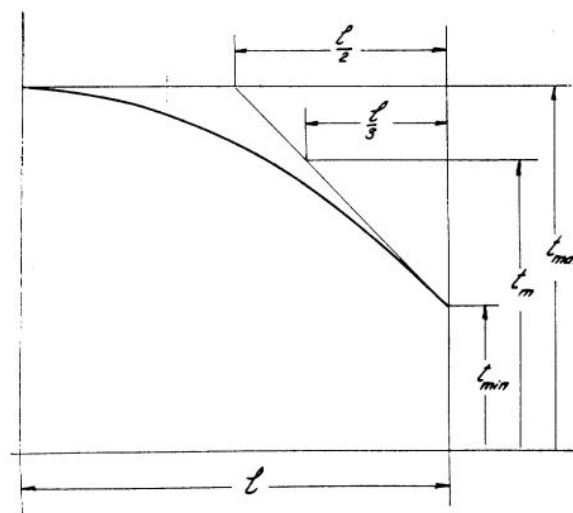


Abbildung 4.4: Temperaturverteilung eindimensionaler Wärmestrom mit Berücksichtigung unabhängiger Wärmeströme x,y [12] S.785

### Wärmeleitung durch eine Wand

Für einen konstanten Wärmestrom durch eine Wand (Abbildung 4.5) ergibt sich mit den Gl. 4.1 , 4.2 und nach Integration der thermische Widerstand zu:

$$R_{thL} = \frac{\vartheta_a - \vartheta_i}{\dot{Q}} = \frac{s}{\lambda \cdot A} \quad (4.16)$$

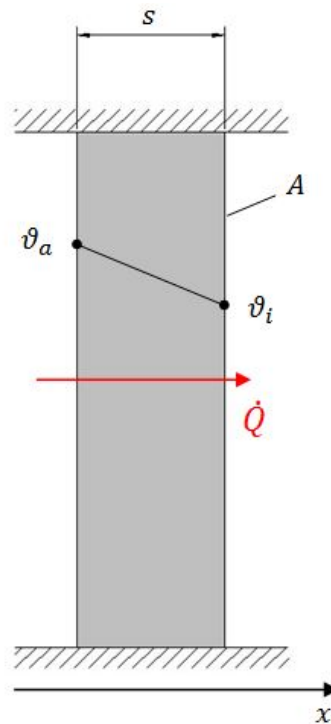


Abbildung 4.5: Wärmeleitung durch eine Wand

### 4.1.2 Wärmeübergangswiderstand

Der Wärmeübergangswiderstand tritt bei dem Übergang von einem Medium in ein anderes auf. Er setzt sich zusammen aus Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Findet ein Wärmetransport von einem Körper auf ein Fluid oder Gas statt, spricht man von Konvektion. Die zweite Art der Wärmeübertragung ist die Wärmestrahlung.

Der Wärmeübergang durch Strahlung vollzieht sich durch elektromagnetische Wellen. Die Fähigkeit eines Körpers, solche Wellen zu senden, d.h. Wärme auszustrahlen, hängt von der Temperatur des Körpers und der des Mediums sowie von der Oberflächenbeschaffenheit des Körpers ab. [5] S.424

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz gibt an, welche Strahlungsleistung  $P$  ein idealer schwarzer Körper der Temperatur  $T$  und Fläche  $A_o$  emittiert.



$$P = \frac{2\pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot h^3 \cdot c^2} \cdot A_o \cdot T^4$$

$$P = c_s \cdot A_o \cdot T^4 \quad (4.17)$$

Hierbei ist  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum und  $k$  die Boltzmann Konstante.  $C_s$  ist die Stefan-Boltzmann Konstante und gibt die Strahlungszahl eines idealen schwarzen Körpers an.

$$C_s = 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \quad (4.18)$$

Die Übertragung durch Konvektion erfolgt dagegen durch die unmittelbare Erwärmung der anliegenden Teilchen des Fluides oder Gases. Dabei spielt die Bewegungsgeschwindigkeit des umgebendes Mediums eine bedeutende Rolle.

Der Wärmeübergangswiderstand ergibt sich nach ([8]):

$$R_{th\ddot{U}} = \frac{1}{\alpha \cdot A_O} \quad (4.19)$$

Mit:

- $\alpha$  - Wärmeübergangskoeffizient
- $A_O$  - An der Wärmeübertragung aktiv beteiligte Oberfläche

Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  setzt sich zusammen aus dem Übergangskoeffizienten der Strahlung  $\alpha_s$  und der Konvektion  $\alpha_k$ .

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_s \quad (4.20)$$

### **Übergangskoeffizient Strahlung $\alpha_s$**

Wie schon beschrieben ist der Temperaturübergangskoeffizient  $\alpha_s$  stark temperaturabhängig. Von einem Festkörper in die umgebende Luft ist er in [9] angegeben mit:

$$\alpha_s = \frac{(T_{Fest})^4 - (T_{Luft})^4}{T_{Fest} - T_{Luft}} \cdot C_1 \quad (4.21)$$

$C_1$  ist die Strahlungszahl der Oberfläche und ergibt sich aus:

$$C_1 = \epsilon_s \cdot C_s \quad (4.22)$$

$\varepsilon_s$  ist das Emissionsverhältnis eines Körpers im Bezug auf den idealen schwarzen Körper. Die entsprechenden Werte für unterschiedliche Werkstoffe sind in der Literatur zu finden.

### Beispiel

Ein konzentrischer Stahlzylinder mit einer Länge von 78mm und einem Außenradius von 80mm hat einen Emissionsgrad von 0,27. Die Temperatur des Zylinders beträgt 140°C. Die umgebende Luft hat eine Temperatur von 20°C. Mit den Gleichungen (4.21) bis (4.18) ergibt sich:

$$\alpha_s = \frac{(413K)^4 - (293K)^4}{413K - 293K} \cdot 0,27 \cdot 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} = 2,771 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

mit 4.19 ergibt sich der Wärmeübergangswiderstand zu:

$$R_{thS} = \frac{1 \cdot m^2 \cdot K}{9,76W \cdot 2\pi \cdot 0,08m \cdot 0,078m} = 18,041 \frac{K}{W}$$

Zum Vergleich ergibt sich für freie Konvektion mit  $\alpha_k = 14 \frac{W}{m^2 \cdot K}$  ein thermischer Widerstand von:

$$R_{thK} = 3,571 \frac{K}{W}$$

Somit ist der Anteil des durch Strahlung abgegebenen Wärmestromes fünf mal kleiner als der Anteil durch Konvektion. Bei erzwungener Konvektion ist der Wert von  $\alpha_k$  um ein Vielfaches größer. Somit kann der Anteil der Wärmestrahlung vernachlässigt werden.

### Übergangskoeffizient Konvektion $\alpha_k$

Der Übergangskoeffizient  $\alpha_k$  hängt von den physikalischen Eigenschaften des umgebenden Mediums und der Geometrie der aktiven Oberfläche ab. Weiterhin ist zu unterscheiden, ob eine turbulente oder laminare Strömung vorliegt. Diese Vielzahl von Einflussfaktoren erschwert es,  $\alpha_k$  analytisch zu bestimmen.

Es gibt jedoch für verschiedene Geometrieaneordnungen experimentelle Ergebnisse. Diese Ergebnisse können auf ähnliche Geometrien umgerechnet werden. Die empirisch gefundenen Gesetzmäßigkeiten und Näherungen sind in der Ähnlichkeitstheorie der Wärmeübertragung zusammengefasst. Mit dimensionslosen Kennzahlen, welche mehrere Einflussgrößen komprimiert enthalten, kann so der konvektive Wärmeübergang näherungsweise ermittelt werden. [9]

Die wichtigsten Kennzahlen sind.

- Nußelt-Zahl  $Nu$
- Prandtl-Zahl  $Pr$
- Reynolds-Zahl  $Re$

Aus der Nußelt-Zahl  $Nu$  lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient bestimmen:

$$\alpha_k = \frac{Nu \cdot \lambda}{\delta} \quad (4.23)$$

$\lambda$  ist hierbei die Wärmeleitfähigkeit des Fluid/Gases. Diese ist temperaturabhängig.  $\delta$  ist die Luftspaltweite.

Zur Bestimmung der Nußelt-Zahl sind weitere dimensionslose Kennzahlen notwendig.

Die Prandtl-Zahl ist das Verhältnis zweier Stoffwerte:

$$Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda} \quad (4.24)$$

Wobei  $\eta$  die dynamische Viskosität und  $c_p$  die spez. Wärmekapazität des umgebenden Mediums bei der jeweiligen Temperatur ist.

Die Reynolds-Zahl ist das Verhältnis der Trägheitskraft zur Reibungskraft des Fluides oder Gases. Mit der Reynolds-Zahl lässt sich bestimmen, ob die sich einstellende Strömung turbulent oder stabil laminar ist.

$$Re = \frac{v \cdot l}{\nu} \quad (4.25)$$

$v$  ist die Geschwindigkeit und  $\nu$  die kinetische Viskosität des strömenden Mediums.  $l$  ist die charakteristische Länge der Anordnung.

$\lambda$ ,  $c_p$ ,  $\eta$  und  $\nu$  können aus Tabellen einschlägiger Literatur, wie z.B.: [2], entnommen werden.

## 4.2 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität ergibt sich aus der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  und der Masse  $m$  der einzelnen Teilkörper.

$$C = c_p \cdot m \quad (4.26)$$

Die spezifischen Wärmekapazitäten werden von den meisten Herstellern angegeben

und sind den Datenblättern zu entnehmen. Zu beachten ist, dass die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  temperaturabhängig ist.

### 4.3 Fazit

Die Wärmeübertragung findet durch Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung statt. Die Formeln für Wärmeleitung wurden für den eindimensionalen Fall angegeben. Sie sind abhängig von den Materialeigenschaften und der Fläche, über die der Wärmetransport stattfindet. Die Wärmeübergangswiderstände sind analytisch nur schwer zu bestimmen. Mithilfe der Ähnlichkeitstheorie der Wärmeübertragung, in der mehrere Einflussgrößen in Kennzahlen zusammengefasst sind, können die Wärmeübergangswiderstände näherungsweise berechnet werden. Der konvektive Wärmeübergangswiderstand ist von dem umgebenden Medium und der Geometrie des Körpers abhängig. Der Anteil der Wärmestrahlung ist aufgrund der niedrigen Temperaturen so gering, dass er vernachlässigt werden kann. Dies vereinfacht stark die Berechnung der Wärmeübergangswiderstände.

## 5 Aufstellen eines Wärmequellennetzwerkes

Um den Temperaturverlauf in den einzelnen Bestandteilen zu erhalten, ist es notwendig, ein Wärmequellennetzwerk zu erstellen. Die Maschine wird in Teilkörper zergliedert, innerhalb dieser Teilkörper wird eine konstante Temperaturverteilung angenommen. Zwischen den einzelnen Teilkörpern findet ein Wärmefluss über Leitungs- und Wärmeübergangswiderstände statt. Jeder Teilkörper kann thermische Energie speichern (Wärmekapazität). Die einzelnen Verluste werden durch Leistungsquellen modelliert.

In diesem Kapitel wird zu erst anhand des Einkörpermodells die Grundlage der Berechnung für den Temperaturverlauf aufgezeigt. Anschließend wird für die Zentrifuge das Wärmequellennetzwerk mit den jeweiligen Widerständen und Kapazitäten entwickelt. Weiterhin wird eine Lösungsmethode für eine analytische, transiente Berechnung aufgezeigt.

Das Wärmenetzwerk der Zentrifuge wird mit dem Simulationsprogramm Portunus berechnet.

### 5.1 Einkörpermodell

Bei dem Einkörpermodell (Abbildung 5.1) wird die komplette Maschine als homogener Körper aufgefasst. Wird einem Körper innerhalb einer bestimmten Zeit ein Wärmestrom  $P_v$  zugeführt, so lädt dieser eine Wärmekapazität  $C$  auf und ein Teil wird an die Umgebung abgegeben  $R_{thL} + R_{thÜ}$ .

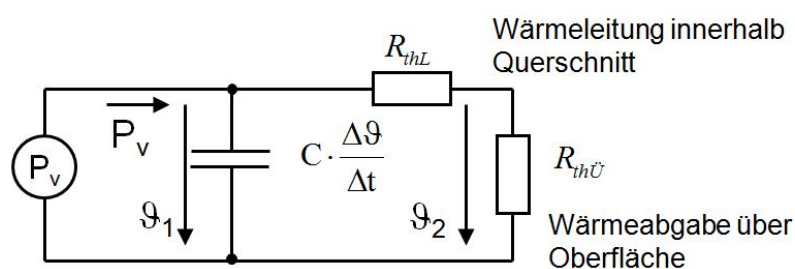


Abbildung 5.1: ESB Einkörpermodell [7]

$$P_v = C \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\vartheta}{R_{th}} \quad (5.1)$$

Die Gl. 5.1 ist eine Differentialgleichung erster Ordnung. Der Lösungsweg ist in [7] nachzulesen und ergibt die Übertemperatur des Körpers mit:

$$\vartheta = \vartheta_0 \cdot e^{\frac{t}{R \cdot C}} + P_v \cdot R_{th} (1 - e^{\frac{t}{R \cdot C}}) \quad (5.2)$$

Mit:

$$\vartheta_0 = \text{Anfangstemperatur im Bezug zur Umgebung} \quad (5.3)$$

$$\vartheta_\infty = P_v \cdot R_{th} \quad (5.4)$$

Zu beachten sind die Analogien zum elektrischen Stromkreis:

- $\vartheta \rightarrow \text{elektrische Spannung}$
- $P_v(t) \rightarrow \text{elektrischer Strom}$
- $R_{th} \rightarrow \text{elektrischer Widerstand}$
- $C = c_p \cdot m \rightarrow \text{Kapazität}$
- $\tau = R \cdot C \rightarrow \text{Zeitkonstante}$

Die Wärmekapazität  $C$  muss immer auf eine konkrete Temperatur bezogen werden. Im Regelfall ist dies die konstante Umgebungstemperatur.

## 5.2 Wärmequellennetzwerk

Für das Aufstellen des Wärmenetzwerkes werden folgende Vereinfachungen getroffen:

- Das Gehäuse kann, aufgrund der guten Wärmeleitfähigkeit von Aluminium, näherungsweise als Äquipotenzialfläche betrachtet werden.
- Durch die sehr gute Wärmeleitfähigkeit von Kupfer gegenüber der Nutisolation kann der Kupferquerschnitt in guter Näherung als Äquipotenzialfläche angenommen werden.
- Bei Teilkörpern mit einem geringen Volumen anteilig am Gesamtsystem, wie Luft, Nutisolation und Norylrohr, kann die Wärmekapazität vernachlässigt werden.
- Da die Zentrifuge rotationssymmetrisch aufgebaut ist, kann mit der Berechnung eines Ausschnittes auf die gesamte Wärmeverteilung der Zentrifuge geschlossen werden (Abbildung 5.2).

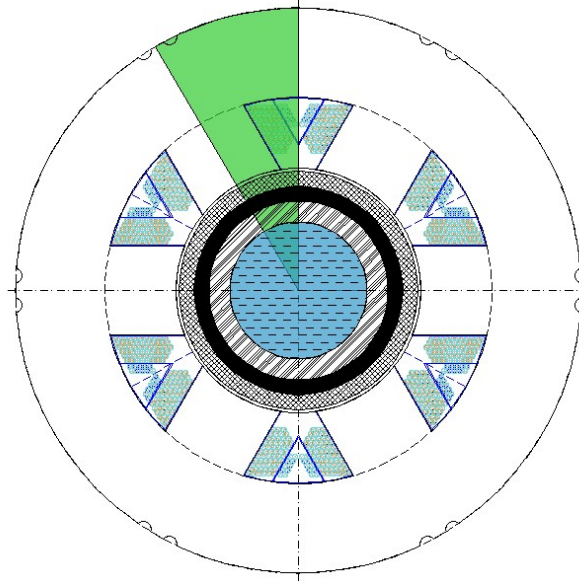


Abbildung 5.2: Ausschnitt Zentrifuge





$P_{vPM}$	Verlustleistung in Permanentmagneten
$P_{vFe}$	Eisenverluste in der massiven Welle
$P_{vRA}$	Reibungsverluste Welle am Auslauf
$P_{vRE}$	Reibungsverluste Welle am Einlauf
$P_{vR80}$	Reibungsverluste bei Wellendurchmesser $d_{Welle} = 80mm$
$P_{vR70}$	Reibungsverluste bei Wellendurchmesser $d_{Welle} = 70mm$
$P_{vRPM}$	Reibungsverluste an CFK-Bandage
$P_{vLuft}$	Berücksichtigt den axialen Fluss in dem Luftspalt
$P_{vCu}$	Stromwärmeverluste in den Wicklungen
$P_{vZahn}$	Eisenverluste im Zahn
$P_{vRücken}$	Eisenverluste im Rücken
$P_{vG}$	Verlustleistung im Gehäuse. Im Gehäuse gibt es keine realen Verluste. Der Leistungsfluss berücksichtigt die axiale Temperaturverteilung
$P_{vWendel}$	Verlustleistung im Kühlwasser der Rohrwendel. Im Kühlwasser gibt es keine realen Verluste

Tabelle 5.1: Verlustquellen des Wärmequellennetzes

$R_{thü}$	Übergangswiderstände der Teilkörper zur Umgebung
$R_{thGU}$	Übergangswiderstand vom Gehäuse zur Umgebung
$R_{thWU}$	Übergangswiderstand Kühlwasser zur Umgebung
$R_{thLU}$	Übergangswiderstand Luftspalt zur Umgebung
$R_{thNoryl}$	Wärmeleitungswiderstand Norylrohr
$R_{thKNoryl}$	Wärmeübergangswiderstand Norylrohr
$R_{thK70,80,A,E}$	Übergangswiderstand von der Welle zu dem Luftspalt
$R_{thWendelStator}$	Übergangswiderstand zum Kühlwasser in den Rohrwendeln
$R_{thWendel80}$	Übergangswiderstand zum Kühlwasser in den Rohrwendeln
$R_{thZahn}$	Leitungswiderstand Zahn
$R_{thNutiso}$	Leitungswiderstand Nutisolation
$R_{thRücken}$	Leitungswiderstand Rücken
$R_{thG}$	Leitungswiderstand Gehäuse
$R_{thHarz}$	Leitungswiderstand Gießharz
$R_{thKWicklung}$	Übergangswiderstand Wicklung Luft
$R_m$	Mittlerer Leitungswiderstand
$R_{1r}$	Leitungswiderstand radial zum inneren Radius
$R_{2r}$	Leitungswiderstand radial zum äußeren Radius
$R_a$	Leitungswiderstand axial

Tabelle 5.2: Widerstände des Wärmequellennetzes

$C_{PM}$	Wärmekapazität Permanentmagneten
$C_{Rot}$	Wärmekapazität Welle
$C_{Cu}$	Wärmekapazität Wicklung
$C_{Zahn}$	Wärmekapazität Zahn
$C_{Rücken}$	Wärmekapazität Statorrücken
$C_{Gehäuse}$	Wärmekapazität Gehäuse
$C_{Kartusche}$	Wärmekapazität des Mediums in der Norylkartusche.
$C_{Kühlung}$	Wärmekapazität Kühlwasser der Rohrwendel.

Tabelle 5.3: Wärmekapazitäten des Wärmequellennetzes

In der Abbildung 5.3 Seite 22 ist das Wärmequellennetzwerk der gesamten Zentrifuge dargestellt. Da sich während dieser Arbeit die Welle in der Fertigung befand, wird das Netzwerk nur für den Stator der Zentrifuge ohne Welle analytisch berechnet (Abbildung 5.4). Im Kapitel 8 werden die Ergebnisse der analytischen und numerischen Rechnung experimentell überprüft.

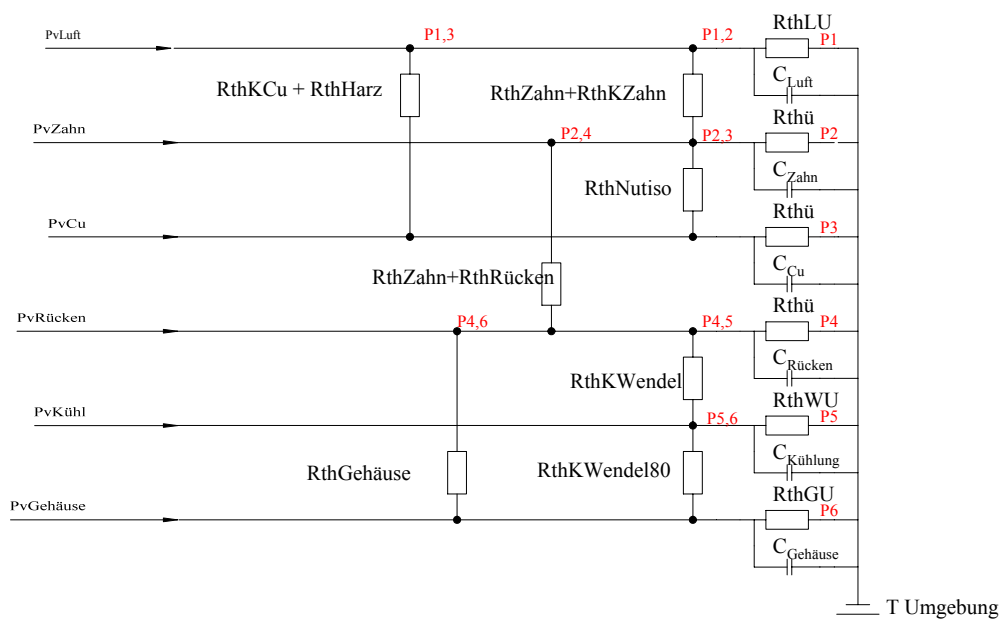


Abbildung 5.4: Ersatzschaltbild Zentrifuge ohne Welle

## 5.3 Aufstellen der Lösungsgleichungen

### 5.3.1 Knotenpunktgleichungen

Für die einzelnen Knotenpunkte des Netzwerkes werden zuerst die jeweiligen Knotenpunktgleichungen aufgestellt. Nach dem 1. Kirchhoffschen Gesetz gilt, dass die Summe aller Ströme in einem Punkt Null ergibt.

Somit ergibt sich für die einzelnen Knotenpunkte in Abbildung 5.4:

1. Knotenpunkt ( $\vartheta_{Luft}$ )

$$P_{vLuft} + P_{1,3} + P_{1,2} - P_1 = 0 \quad (5.5)$$

2. Knotenpunkt ( $\vartheta_{Zahn}$ )

$$P_{vZahn} - P_{2,4} + P_{2,3} - P_{1,2} - P_2 = 0 \quad (5.6)$$

3. Knotenpunkt ( $\vartheta_{Wicklung}$ )

$$P_{vCu} - P_{1,3} - P_{2,3} - P_3 = 0 \quad (5.7)$$

4. Knotenpunkt ( $\vartheta_{Rücken}$ )

$$P_{vRücken} - P_{2,4} - P_{4,6} - P_{4,5} - P_4 = 0 \quad (5.8)$$

5. Knotenpunkt ( $\vartheta_{Kühlwasser}$ )

$$P_{vKühl} + P_{4,5} + P_{5,6} - P_5 = 0 \quad (5.9)$$

6. Knotenpunkt ( $\vartheta_{Gehäuse}$ )

$$P_{vGehäuse} + P_{4,6} + P_{5,6} - P_6 = 0 \quad (5.10)$$

Innerhalb eines Berechnungsintervalls  $\Delta t$  können die einzelnen Leistungsflüsse als konstant betrachtet werden. Diese ergeben sich aus den Teilkörpertemperaturen und den Netzwerkelementen. Durch die Temperaturabhängigkeit der Stoffgrößen ( $\lambda, \nu, \rho, \eta$ ) muss eine iterative Berechnung durchgeführt werden.

$$\vartheta_{Luft} = \vartheta_{Luft0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Luft}}} + \left( P_{vLuft} + \frac{\vartheta_{Luft} - \vartheta_{Wicklung}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} + \frac{\vartheta_{Luft} - \vartheta_{Zahn}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \right) \cdot R_{th\ddot{u}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}} \right) \quad (5.11)$$

$$\vartheta_{Zahn} = \vartheta_{Zahn0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} + \left( P_{vZahn} - \frac{\vartheta_{Zahn} - \vartheta_{Rücken}}{R_{thZahn}} + \frac{\vartheta_{Zahn} - \vartheta_{Wicklung}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} - \frac{\vartheta_{Zahn} - \vartheta_{Luft}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \right) \cdot R_{th\ddot{u}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right) \quad (5.12)$$

$$\vartheta_{Wicklung} = \vartheta_{Wicklung0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Wicklung}}} + \left( P_{vCu} - \frac{\vartheta_{Wicklung} - \vartheta_{Luft}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} - \frac{\vartheta_{Wicklung} - \vartheta_{Zahn}}{R_{thNutiso}} \right) \cdot R_{th\ddot{u}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Cu}}} \right) \quad (5.13)$$

$$\vartheta_{Rücken} = \vartheta_{Rücken0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Rücken}}} + \left( P_{vRücken} - \frac{\vartheta_{Rücken} - \vartheta_{Gehäuse}}{R_{thRücken}} + \frac{\vartheta_{Rücken} - \vartheta_{Zahn}}{R_{thZahn}} - \frac{\vartheta_{Rücken} - \vartheta_{Kühlwasser}}{R_{thWendelStator}} \right) \cdot R_{th\ddot{u}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right) \quad (5.14)$$

$$\vartheta_{Kühlwasser} = \vartheta_{Kühlwasser0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{thWU} \cdot C_{Kühlung}}} + \left( P_{vKühl} + \frac{\vartheta_{Kühlwasser} - \vartheta_{Rücken}}{R_{thKWendelStator}} + \frac{\vartheta_{Kühlwasser} - \vartheta_{Gehäuse}}{R_{thWendel80}} \right) \cdot R_{thWU} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thWU} \cdot C_{Kühlung}}} \right) \quad (5.15)$$

$$\vartheta_{Gehäuse} = \vartheta_{Gehäuse0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{thGU} \cdot C_{Gehäuse}}} + \left( P_{vGehäuse} + \frac{\vartheta_{Gehäuse} - \vartheta_{Luft}}{R_{thRücken}} - \frac{\vartheta_{Gehäuse} - \vartheta_{Kühlung}}{R_{thWendelStator}} \right) \cdot R_{thGU} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thGU} \cdot C_{Gehäuse}}} \right) \quad (5.16)$$

Nach Umformung ergibt sich:

$$A \cdot \begin{pmatrix} \vartheta_{Luft} \\ \vartheta_{Zahn} \\ \vartheta_{Wicklung} \\ \vartheta_{Rücken} \\ \vartheta_{Kühlwasser} \\ \vartheta_{Gehäuse} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vartheta_{Luft0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{thü} \cdot C_{Luft}}} + P_{vLuft} R_{thü} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}}) \\ \vartheta_{Zahn0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{thü} \cdot C_{Zahn}}} + P_{vZahn} R_{thü} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thü} \cdot C_{Zahn}}}) \\ \vartheta_{Wicklung0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{thü} \cdot C_{Cu}}} + P_{vCu} R_{thü} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thü} \cdot C_{Cu}}}) \\ \vartheta_{Rücken0} \cdot e^{-\frac{\Delta t}{R_{thü} \cdot C_{Rücken}}} + P_{vRücken} R_{thü} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thü} \cdot C_{Rücken}}}) \\ \vartheta_{Kühlwasser0} \cdot e^{-\frac{-\Delta t}{R_{thWU} \cdot C_{Kühlung}}} + P_{vKühl} R_{thWU} (1 - e^{-\frac{-\Delta t}{R_{thWU} \cdot C_{Kühlung}}}) \\ \vartheta_{Gehäuse0} \cdot e^{-\frac{-\Delta t}{R_{thGU} \cdot C_{Gehäuse}}} + P_{vGehäuse} R_{thGU} (1 - e^{-\frac{-\Delta t}{R_{thGU} \cdot C_{Gehäuse}}}) \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

Mit:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 & d_6 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 & f_6 \end{pmatrix}$$

Mit:

$$a_1 = 1 + \left( \frac{R_{thLU}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} + \frac{R_{thLU}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}} \right) \quad (5.18)$$

$$a_2 = -\frac{R_{thLU}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}} \right) \quad (5.19)$$

$$a_3 = -\frac{R_{thLU}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}} \right) \quad (5.20)$$

$$a_4 = 0 \quad (5.21)$$

$$a_5 = 0 \quad (5.22)$$

$$a_6 = 0 \quad (5.23)$$

$$b_1 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right) \quad (5.24)$$

$$b_2 = 1 + \left( \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thNutiso}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right) \quad (5.25)$$

$$b_3 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thNutiso}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right) \quad (5.26)$$

$$b_4 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right) \quad (5.27)$$

$$b_5 = 0 \quad (5.28)$$

$$b_6 = 0 \quad (5.29)$$

$$c_1 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Wicklung}}} \right) \quad (5.30)$$

$$c_2 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thNutiso}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Wicklung}}} \right) \quad (5.31)$$

$$c_3 = 1 + \left( \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thNutiso}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Wicklung}}} \right) \quad (5.32)$$

$$c_4 = 0 \quad (5.33)$$

$$c_5 = 0 \quad (5.34)$$

$$c_6 = 0 \quad (5.35)$$

$$d_1 = 0 \quad (5.36)$$

$$d_2 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}}\right) \quad (5.37)$$

$$d_3 = 0 \quad (5.38)$$

$$d_4 = 1 + \left(\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thR\ddot{u}cken}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thWendelStator}}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}}\right) \quad (5.39)$$

$$d_5 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thWendelStator}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}}\right) \quad (5.40)$$

$$d_6 = -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thR\ddot{u}cken}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}}\right) \quad (5.41)$$

$$e_1 = 0 \quad (5.42)$$

$$e_2 = 0 \quad (5.43)$$

$$e_3 = 0 \quad (5.44)$$

$$e_4 = -\frac{R_{thWU}}{R_{thWendelStator}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thWU} \cdot C_{K\ddot{u}hlung}}}\right) \quad (5.45)$$

$$e_5 = 1 + \left(\frac{R_{thWU}}{R_{thWendelStator}} + \frac{R_{thWU}}{R_{thWendel80}}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thWU} \cdot C_{K\ddot{u}hlung}}}\right) \quad (5.46)$$

$$e_6 = -\frac{R_{thWU}}{R_{thWendel80}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thWU} \cdot C_{K\ddot{u}hlung}}}\right) \quad (5.47)$$

$$f_1 = 0 \quad (5.48)$$

$$f_2 = 0 \quad (5.49)$$

$$f_3 = 0 \quad (5.50)$$

$$f_4 = -\frac{R_{thGU}}{R_{thR\ddot{u}cken}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thGU} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}}\right) \quad (5.51)$$

$$f_5 = -\frac{R_{thWU}}{R_{thWendel80}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thGU} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}}\right) \quad (5.52)$$

$$f_6 = 1 + \left(\frac{R_{thGU}}{R_{thR\ddot{u}cken}} + \frac{R_{thWU}}{R_{thWendel80}}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{R_{thGU} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}}\right) \quad (5.53)$$



## 5.4 Berechnung des Wärmequellennetzwerkes mit dem Programm Portunus

Das Wärmequellennetzwerk (Abbildung 5.3 Seite 22) wird mit dem Simulationsprogramm Portunus der Firma Adapted Solutions berechnet. Dieses beinhaltet auch eine thermische Bibliothek, mit der Wärmequellennetzwerke numerisch berechnet werden können.

Portunus bietet die Möglichkeit, die thermischen Leitungs- und Übergangswiderstände durch Eingabe der Maße zu berechnen (Abbildung 5.5). Allerdings berechnet es die Übergangswiderstände von Welle zum Stator nur mit Luft als umgebendes Medium. Da die Zentrifuge jedoch auch mit Helium befüllt werden kann, werden die Widerstände analytisch mit Mathcad berechnet (Anhang F.3).

Abbildung 5.5: Eingabefeld für einen konvektiven Wärmeübergang in Portunus

## 5.5 Fazit

Für die Zentrifuge wurde ein Wärmequellennetzwerk erstellt. Für das Wärmequellennetzwerk des Stators wurde die Lösungsmatrix für eine transiente Analyse erstellt. Diese wird in der Arbeit mit dem Berechnungsprogramm Mathcad gelöst. Da die Berechnung für die komplette Zentrifuge einen sehr großen Umfang annimmt, wird das Wärmequellennetzwerk mit dem Simulationsprogramm Portunus gelöst. Die Ergebnisse der Berechnung werden im Kapitel 7 besprochen.

## 6 Analytische Bestimmung der einzelnen thermischen Bestandteile

In diesem Kapitel werden die Formeln angegeben um die thermischen Widerstände und Wärmekapazitäten analytisch zu bestimmen. Die analytische Berechnung der Widerstände befindet sich im Anhang F.3.

### 6.1 Welle

#### *Leitungswiderstand Welle*

Für den Ausschnitt der Zentrifuge ergibt sich mit der Anzahl der Zähne  $Z$  die Fläche  $A$  zu:

$$A = \frac{2\pi \cdot r \cdot l}{2Z} \quad (6.1)$$

Die einzelnen Leitungswiderstände der Welle ergeben sich zu:

$$R_{1r} = \frac{Z}{2\pi\lambda_{Welle}l_w} \left( \frac{2r_a^2 \cdot \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} - 1 \right) \quad (6.2)$$

$$R_{2r} = \frac{Z}{2\pi\lambda_{Welle}l_w} \left( 1 - \frac{2r_i^2 \cdot \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (6.3)$$

$$R_{mr} = \frac{-Z}{4\pi\lambda_{Welle}(r_a^2 - r_i^2)l_w} \left( r_a^2 + r_i^2 - 4 \frac{r_a^2 r_i^2 \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (6.4)$$

$$R_a = \frac{l_w \cdot 2Z}{3\pi \cdot \lambda_{Welle}(r_a^2 - r_i^2)} \quad (6.5)$$

Die Länge  $l_w$  entspricht der Länge der Welle bei dem jeweiligen Durchmesser.

**Wärmekapazität Welle**

Die Wärmekapazität für den Ausschnitt der Welle, ergibt sich zu:

$$C_{Welle} = \frac{m_{Welle}}{2Z} \cdot c_{pWelle} \quad (6.6)$$

Die Masse der Welle ergibt sich aus den einzelnen Wellendurchmessern  $d_{ai}$

$$m_{Welle} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_{a,i}^2 - d_i^2) \cdot l_{w,i} \cdot \rho_{Stahl} \quad (6.7)$$

**6.2 Permanentmagnet****Leitungswiderstand Permanentmagnet**

Die Leitungswiderstände der Permanentmagneten ergeben sich zu:

$$R_{PM1r} = \frac{1}{4\pi\lambda_{PM}l_{PM}} \left( \frac{2r_a^2 \cdot \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} - 1 \right) \quad (6.8)$$

$$R_{PM2r} = \frac{1}{4\pi\lambda_{PM}l_{PM}} \left( 1 - \frac{2r_i^2 \cdot \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (6.9)$$

$$R_{PMmr} = \frac{-1}{8\pi\lambda_{PM}(r_a^2 - r_i^2)l_{PM}} \left( r_a^2 + r_i^2 - 4 \frac{r_a^2 r_i^2 \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (6.10)$$

**Wärmekapazität Permanentmagnet**

Die Wärmekapazität der Magnete ergibt sich für den Ausschnitt zu:

$$C_{PM} = \frac{m_{PM}}{2Z} \cdot c_{pPM} \quad (6.11)$$

Die Masse der Magnete ergibt sich zu

$$m_{PM} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_{ai}^2 - d_i^2) \cdot l_{PM} \cdot \rho_{PM} \quad (6.12)$$

### 6.3 Widerstand Kohlefaser

Der Leitungswiderstand der Kohlefaserbandage für den Ausschnitt der Zentrifuge ergibt sich zu:

$$R_{thCFK} = \frac{\ln \frac{r_a}{r_i} \cdot Z}{\pi \cdot l_{CFK} \cdot \lambda_{CFK}} \quad (6.13)$$

### 6.4 Noryl

Der Leitungswiderstand ergibt sich nach der Gleichung für einen Hohlzylinder (Gl.4.7) für den Ausschnitt der Zentrifuge:

$$R_{thNoryl} = \frac{\ln \frac{r_a}{r_i} \cdot Z}{\pi \cdot l_n \cdot \lambda_{noryl}} \quad (6.14)$$

### 6.5 Zu separierendes Medium

#### *Wärmeübergangswiderstand zu separierendes Medium*

Als Randbedingung wird angenommen, dass die Wandtemperatur des Noryl-Rohres konstant ist. Weiterhin wird vereinfacht, dass das zu separierende Medium anfänglich nur aus Wasser besteht.

Nach [2] Abschnitt GA liegt eine stets laminare Strömung bis zu einer Reynoldszahl  $Re \leq 2300$  vor. Ab einer Reynoldszahl größer  $10^4$  liegt mit Sicherheit eine turbulente Strömung vor. Der Bereich zwischen diesen beiden Zuständen ist nicht definiert. Jedoch gibt es eine Interpolationsgleichung von Gnielinski, die den Bereich zwischen den beiden Zuständen beschreibt.

In der Abbildung 6.1 ist der Auslauf der Norylkartusche skizziert. Das zu separierende Medium durchfließt die Kartusche und setzt sich an der Norylwand fest. Das Zentrifugat strömt über das Überlaufwehr in die Auffangtasse und fließt in einen Ablauf.

Durch die Welle fließt 1 Liter Wasser pro Minute. Der Durchmesser des Überlaufwehres der Kartusche beträgt 30mm. Mit dem Innendurchmesser der Norylkartusche ergibt sich somit die Geschwindigkeit des Wassers zu:

$$v = \frac{1 \cdot 10^{-3} m^3}{60s \cdot \pi/4 \cdot ((0.04m)^2 - (0.03m)^2)} \approx 0.03 \frac{m}{s}$$

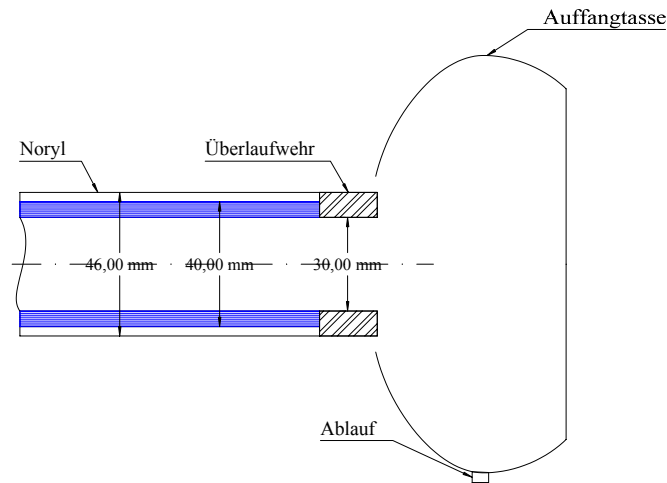


Abbildung 6.1: Skizze Auslauf Norylkartusche

Das Wasser durchströmt unter idealisierten Verhältnissen das Noryl-Rohr also mit einer Geschwindigkeit von  $0,03 \text{ m/s}$ . Es ergibt sich mit Gl.4.25, den Maßen des Rohres und den Werten von Wasser bei  $25^\circ\text{C}$  eine Reynoldszahl von:

$$Re = \frac{0,03 \text{ m} \cdot 0,04 \text{ m} \cdot s}{0,8927 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot s} = 1344 < 2300$$

Die Strömung in dem Noryl-Rohr ist stets laminar. Die mittlere Nußelt-Zahl  $Nu_{m,\vartheta}$  für eine laminare Strömung berechnet sich nach [2]:

$$Nu_{m,\vartheta} = \left[ 3,66^3 + 0,7^3 + \left( 1,616 \cdot \left( Re Pr \frac{d_{iNoryl}}{l_n} \right)^{1/3} - 0,7 \right)^3 \right]^{1/3} \quad (6.15)$$

Die Nußelt-Zahl  $Nu$  ergibt sich aus der mittleren Nußelt-Zahl  $Nu_{m,\vartheta}$  und der Prandl-Zahl  $Pr$  bei der mittleren Temperatur des Fluids und der Prandl-Zahl  $Pr_w$  bei Wandtemperatur.

$$Nu = Nu_{m,\vartheta} \cdot \left( \frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,11} \quad (6.16)$$

#### Aktive Oberfläche

Die aktive Oberfläche bei der Wärmeabgabe von Noryl zu Wasser ist die Innenseite des Noryl-Rohres. Es gilt somit:

$$A_o = \frac{\pi \cdot l_n \cdot d_{iNoryl}}{2Z} \quad (6.17)$$

Die Wärmeübergangszahl ergibt sich somit zu:

$$\alpha_k = \frac{Nu \cdot \lambda_{Noryl}}{d_{iNoryl}} \quad (6.18)$$

Für den Wärmeübergangswiderstand gilt:

$$R_{thKNoryl} = \frac{1}{\alpha_k \cdot A_o} \quad (6.19)$$

Durch den schlechten Wärmeleitwert von Noryl  $\lambda_{Noryl} = 0,25 \text{ W/m} \cdot \text{K}$  ergibt sich trotz einer geringen Dicke der Noryl-Kartusche von  $3 \text{ mm}$  ein deutlich größerer Widerstand im Bezug zum Rotor. Somit ist anzunehmen, dass nur ein geringer Teil der Wärme an das Wasser in der Kartusche abgegeben wird. Weiterhin verschlechtert sich im Betrieb die Wärmeabgabe, da sich das zu separierende Medium an der Kartusche absetzt.

### ***Wärmekapazität des zu seperierenden Mediums***

In erster Näherung wird angenommen, dass die Kartusche mit Wasser gefüllt ist. Eine weitere Grenzbedingung ist, wenn die Kartusche mit dem Substrat gefüllt ist. Somit berechnet sich die Wärmekapazität zu:

$$C_{Kartusche} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (d_{iNoryl}^2 - d_{Wehr}^2) \cdot l_n}{2Z} \cdot \rho_{Wasser} \cdot c_p \quad (6.20)$$

## **6.6 Luft/Gasspalt**

Der Wärmeübergangswiderstand des Luft/Gasspalt ist nicht genau analytisch zu berechnen. Er hängt von der Geometrie der Anordnung ab, den physikalischen Eigenschaften des Fluides und der sich einstellenden Strömung. Vereinfacht wird von einer konstanten Temperaturverteilung und keinem Druckunterschied im Luft/Gasspalt ausgegangen.

Durch empirisch ermittelte Formeln kann der Wärmeübergangswiderstand näherungsweise analytisch bestimmt werden. Es muss jedoch auf die Gültigkeitsbereiche der Formeln geachtet werden.

Das Innere der Zentrifuge kann mit Helium befüllt werden, um die Luft-/Gasreibungsverluste

zu senken. Helium hat eine deutlich geringere Dichte als Luft und eine höhere kinetische Viskosität. Weiterhin hat Helium einen besseren Wärmeleitwert als Luft. Diese physikalischen Eigenschaften verringern die Wärmeübergangswiderstände des Gasspalt. In der Tabelle 6.1 sind die Stoffwerte von Helium und Luft aufgezeigt.

	Helium	Luft
$\nu$ in $[m^2/s]$	$12,19 \cdot 10^{-5}$	$1,57 \cdot 10^{-5}$
$\rho$ in $[kg/m^3]$	0,164	1,1685
$\lambda$ in $[W/m \cdot K]$	0,154	0,026247

Tabelle 6.1: Stoffwerte Helium Luft bei 1bar und 25°C entnommen aus [2] Abschnitt Dbb und [13]

In der Literatur finden sich unterschiedliche Berechnungsmethoden. Kipp gibt in [9] Formeln für eine laminare Strömung an, entnommen aus dem VDI Wärmeatlas [2] Abschnitt Gb2. Jedoch wird von einer axialen Strömung des Fluides im Ringspalt ausgegangen.

Schuisky gibt in [5] S.447 eine angenäherte Berechnung an:

Zuerst wird die Reynoldszahl bestimmt:

$$Re = \frac{v \cdot \delta}{\nu} \quad (6.21)$$

Hierbei ist  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit der Welle und  $\delta$  die Luftspaltlänge.

Ab einer Reynoldszahl von  $Re \geq 3000$  handelt es sich um eine turbulente Strömung [8]. Bei einer Luftspaltbreite von  $\delta = 1mm$ , einer kinetischen Viskosität von Luft  $\nu_{75^\circ C} = 2,075 \cdot 10^{-5} m^2/s$  und einem Wellendurchmesser von  $d_{Welle} = 80mm$ , kann ab einer Drehzahl  $n_{krit,T} = 14862 \cdot 1/min$  von einer turbulenten Strömung ausgegangen werden.

$$n_{krit,T} = \frac{Re \cdot \nu_{75^\circ C}}{\pi \cdot d_{Welle} \cdot \delta} = \frac{3000 \cdot 2,075 \cdot 10^{-5} m^2/s}{\pi \cdot 0,08m \cdot 0,001m} = 247,7 \cdot \frac{1}{s} = 14862 \cdot \frac{1}{min}$$

Mit der Hilfsgröße  $R = Re/4$  und dem Rauigkeitsfaktor  $f$  ergibt sich die Nußelt-Zahl für eine turbulente Strömung:

$$Nu \approx \frac{0,85 \cdot R \cdot f}{1 - \frac{0,953}{R \cdot f}} \quad (6.22)$$

$$f = \frac{1}{4 \cdot [1,14 + 2 \cdot \log(\frac{\delta}{R_{ZRotor}})]^2} \quad (6.23)$$

Mit  $R_{ZRotor}$  gemittelte Rautiefe.

Centner gibt in [15], Saari [10] und Howey in [17] geben noch einen weiteren Berechnungsweg an. Zu beachten ist, dass hier mit dem mittleren Radius  $r_m$  der Luft/Gasspaltweite gerechnet wird.

$$r_m = \frac{r_{Welle} + r_{Statorbohrung}}{2} \quad (6.24)$$

Nach [15], [10] ergibt sich die Nußelt-Zahl aus der modifizierten Taylorzahl  $Ta_m$ . Die modifizierte Taylor Zahl ergibt sich aus der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , dem mittleren Luftspaltradius  $r_m$ , der kinetischen Viskosität  $\nu$  und der Luftspaltweite  $\delta = r_{Statorbohrung} - r_{Welle}$

$$Ta_m = \frac{\omega \cdot r_m^{0,5} \cdot (r_{Statorbohrung} - r_{Welle})^{1,5}}{\nu} \quad (6.25)$$

Mit dem geometrischen Faktor  $F_g$  wird die Nußelt-Zahl in Abhängigkeit der modifizierten Taylorzahl angegeben mit:

$$Nu = 2 \quad \left( \frac{Ta_m^2}{F_g^2} < 1700 \right) \quad (6.26)$$

$$Nu = 0.128 \cdot \left( \frac{Ta_m^2}{F_g^2} \right)^{0,367} \quad \left( 1700 < \frac{Ta_m^2}{F_g^2} < 10000 \right) \quad (6.27)$$

$$Nu = 0.409 \cdot \left( \frac{Ta_m^2}{F_g^2} \right)^{0,241} \quad \left( 10000 < \frac{Ta_m^2}{F_g^2} < 10^7 \right) \quad (6.28)$$



Der geometrische Faktor  $F_g$  charakterisiert das Verhältnis vom Luftspalt zum Zylinder-radius (Für kleine Luftspaltweiten ungefähr 1). In [17] findet eine nähere Betrachtung des geometrischen Faktors statt.

Zu beachten ist, dass sich für die Zentrifuge deutlich höhere Werte für  $Ta_m^2/F_g^2 > 10^7$  ergeben. Saari gibt jedoch in [10] an, dass sich bei diesen Werten schon eine turbulente Strömung ausgebildet hat und sich die Eigenschaften der Strömung für höhere Werte nicht ändern dürften.

Aus der Nußelt-Zahl lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_k$  bestimmen.

$$\alpha_k = \frac{Nu \cdot \lambda_\delta}{\delta} \quad (6.29)$$

In der Tabelle 6.2 sind die Übergangskoeffizienten  $\alpha_k$  für die unterschiedlichen Wellendurchmesser, in Abhängigkeit des Gases im Gehäuseinneren angegeben. Es wurde einmal mit den angegebenen Formeln von Schuisky [5] und von Centner, Saari, Howey gerechnet [15], [10], [17].

		Luft		Helium	
Wellendurchmesser in <i>mm</i>	$\delta$ in <i>mm</i>	$\alpha_k$ in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$		$\alpha_k$ in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$	
		nach [5]	nach [15] [10] [17]	nach [5]	nach [15] [10] [17]
80	1	504	387	556	848
70	6	261	234	218	513
60	11	167	196	137	429

Tabelle 6.2: Vergleich der Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_k$  mit Luft bzw. Helium zwischen Welle und Stator und einer Drehzahl von  $40.000 \cdot 1/min$

Mit Luft im Gehäuseinneren sind bei den Wellendurchmessern 60 und 70mm die Unterschiede zwischen  $\alpha_k$  gering. Bei dem Wellendurchmesser von 80mm ist jedoch ein größerer Unterschied festzustellen. Diese große Abweichung lässt sich dadurch erklären, dass bei [10], [15] und [17] der Rauigkeitsfaktor nicht berücksichtigt wird und eine glatte Zylinderoberfläche angenommen wird.

Ist die Zentrifuge mit Helium geflutet, weichen die Ergebnisse der unterschiedlichen Rechenwege stark von einander ab. Dies liegt wahrscheinlich daran, dass die von Schuisky

angegebene Näherungsformel nur für Luft gilt. Leider findet sich für beide Rechenwege in der Literatur keine Angabe, für welche Prandtl-Zahlen die Formeln gelten.

Nachteilig wirken sich die großen Luftspaltweiten aus. In der Abbildung 6.2 ist der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_k$  über der Luftspaltweite  $\delta$  aufgetragen. Mit zunehmender Luftspaltweite sinkt der Wärmeübergangskoeffizient und verschlechtert somit die Wärmabgabe der Welle an den Luft/Gasspalt. Die großen Luftspaltweiten sind aus konstruktiven Gründen notwendig, da sonst die Demontage der Welle zu aufwendig ist. Es wurde mit einem Wellendurchmesser von  $d_{Welle} = 80\text{mm}$  und einer Drehzahl  $n = 40.000 \cdot 1/\text{min}$  gerechnet.

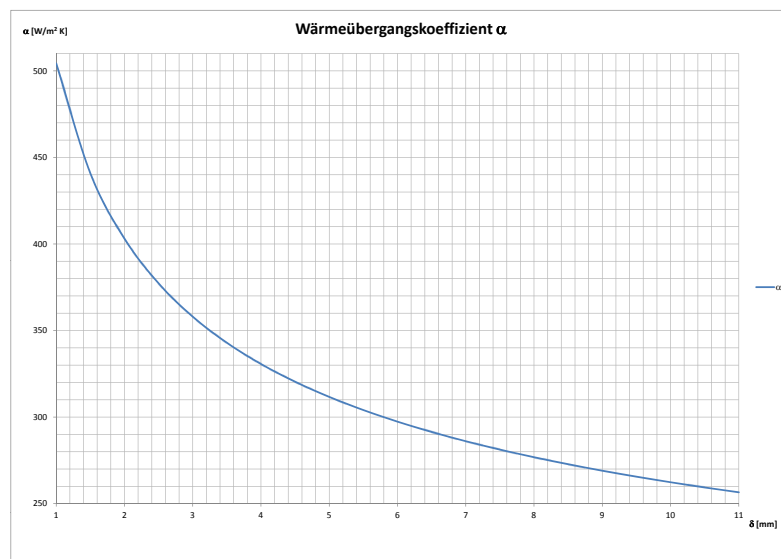


Abbildung 6.2: Wärmeübergangskoeffizient in Abhängigkeit der Luftspaltweite

Die an der Wärmeübertragung aktiv beteiligte Oberfläche ist die Innenseite der Statorbohrung. Diese ergibt sich nach:

$$A_o = \frac{\pi \cdot d_i \cdot l_s}{2Z} \quad (6.30)$$

Der Wärmeübergangswiderstand ergibt sich somit zu:

$$R_{thKWelle} = \frac{1}{\alpha_k \cdot A_o} \quad (6.31)$$

## 6.7 Kühlung

### Übergangswiderstand Kühlwasser in Rohrwendeln

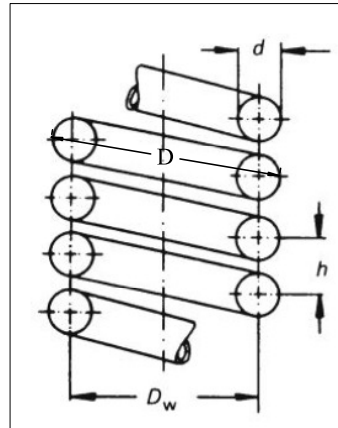


Abbildung 6.3: Rohrwendel [2]

„Bei der Strömung eines Fluids durch eine Rohrwendel, häufig auch Rohrschleife genannt, treten durch die Krümmung des Rohres Zentrifugalkräfte auf, die eine Sekundärströmung in Form eines Doppelwirbels hervorrufen. Die Sekundärströmung bewirkt eine Verbesserung der Wärmeübertragung zwischen Fluid und Rohrwand gegenüber der Wärmeübertragung in einem geraden Rohr; außerdem erhöht sich der Druckverlust.“ [2] GC1

Diese Sekundärströmungen bewirken weiterhin, dass sich die kritische Reynoldszahl mit zunehmenden Krümmungsverhältnis nach oben verschiebt.

$$Re_{krit} = 2300 \cdot \left[ 1 + 8,6 \left( \frac{d}{D} \right)^{0,45} \right] \quad (6.32)$$

$D$  ist der mittlere Krümmungsdurchmesser der Rohrwendel. Er ergibt sich zu:

$$D = D_w \cdot \left[ 1 + \left( \frac{h}{\pi D_w} \right)^2 \right] \quad (6.33)$$

Für kleine Steigungen  $h$  im Vergleich zum mittleren Durchmesser gilt  $D \approx D_w$

Für die Rohrwendeln verschiebt sich die kritische Reynoldszahl um  $Re_{krit} \approx 10^4$  Bis zu einem Volumenstrom von  $6 \cdot l/min$  ist die Strömung in den Rohrwendeln laminar. Die Nußeltzahl erhält man mit:

$$Nu = \left( 3,66 + 0,08 \cdot \left[ 1 + 0,8 \left( \frac{d_R}{D} \right)^{0,9} \right] Re^m Pr^{1/3} \right) \left( \frac{Pr}{Pr_W} \right)^{0,14} \quad (6.34)$$

mit:

$$m = 0,5 + 0,2903 \cdot \left( \frac{d_R}{D} \right)^{0,194} \quad (6.35)$$

### Aktive Oberfläche

Die aktive Oberfläche der Rohrwendel ergibt sich zu:

$$A_o = \frac{\pi \cdot d_R \cdot l}{2Z} \quad (6.36)$$

$$l = \pi \cdot n \cdot D \quad (6.37)$$

mit n=Windungsanzahl.

Die Wärmeübergangszahl ergibt sich somit zu:

$$\alpha_k = \frac{Nu \cdot \lambda_{Wasser}}{d_R} \quad (6.38)$$

Für den Wärmeübergangswiderstand gilt:

$$R_{thKWendel} = \frac{1}{\alpha_k \cdot A_o} \quad (6.39)$$

### Wärmekapazität Kühlwasser

Die Wärmekapazität des Kühlwassers ergibt sich zu:

$$C_{Kühlung} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot d_r^2 \cdot l_W}{2Z} \cdot \rho_{Wasser} \cdot c_{pWasser} \quad (6.40)$$

## 6.8 Gehäuse

### **Leitungswiderstand Gehäuses**

Der Leitungswiderstand des Gehäuses ergibt sich zu:

$$R_{thGehäuse} = \frac{2 \cdot l_{Fe}}{\lambda_{Alu} \cdot \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (d_{Zentrifuge}^2 - d_{Stator}^2)}{2Z}} + \frac{l_{Zentrifuge}}{\lambda_{Alu} \cdot \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (d_{Zentrifuge}^2 - d_{Statorbohrung}^2)}{2Z}} \quad (6.41)$$

### **Wärmeübergangswiderstand Gehäuse Umgebung**

Das Gehäuse gibt die zugeführte Wärmeleistung über Konvektion an die Umgebung ab. Es wird von natürlicher Konvektion ausgegangen. Für ruhende Luft gilt nach [8] ein  $\alpha$  von  $14 \frac{W}{m^2 K}$ .

Die an der Wärmeübertragung beteiligte aktive Oberfläche ergibt sich zu:

$$A_o = \frac{\pi \cdot d_{Zentrifuge} \cdot l}{2Z} \quad (6.42)$$

Für den Wärmeübergangswiderstand gilt:

$$R_{thKGU} = \frac{1}{\alpha_k \cdot A_o} \quad (6.43)$$

### **Wärmekapazität Gehäuse**

Das Gehäuse ist das Teilstück mit der größten Wärmekapazität. Die Gesamtmasse des Gehäuseausschnittes ist annähernd:

$$m_{Gehäuse} = \frac{\pi}{4} \cdot \left[ 2 \cdot (d_{Zentrifuge}^2 - d_{Stator}^2) \cdot l_{Fe} + (d_{Zentrifuge}^2 - d_{Statorbohrung}^2) \cdot (l_{Zentrifuge} - l_{Fe}) \right] \cdot \rho_{Al} \quad (6.44)$$

Die Wärmekapazität für den Ausschnitt ist somit:

$$C_{Gehäuse} = \frac{m_{Gehäuse}}{2Z} \cdot c_{pAl} \quad (6.45)$$

## 6.9 Zahn

### **Leitungswiderstand Zahn**

Der Zahn wird in zwei gleichgroße Teilstücke geteilt. Zwischen diesen Teilstücken werden die Eisenverluste "eingespeist". Der Leitungswiderstand für ein Teilstück des Zahnes ergibt sich:

$$R_{thZahn} = \frac{d_{Rücken} - d_{Statorbohrung}}{4 \cdot \lambda_{Fe} \cdot \frac{l_{Fe} \cdot b_{Zahn}}{2}} \quad (6.46)$$

### **Wärmekapazität Zahn**

Die Wärmekapazität für einen halben Zahn ergibt sich mit dem Eisenfüllfaktor  $\gamma_{FeZU}$ :

$$C_{Zahn} = \frac{b_{Zahn}}{2} \cdot l_{Fe} \cdot h_{Zahn} \cdot \rho_{Fe} \cdot c_{pFe} \cdot \gamma_{Fe} \quad (6.47)$$

Für das Elektroblech NO 20 gilt  $\gamma_{Fe} = 0.92$ .

## 6.10 Rücken

### **Leitungswiderstand Rücken**

Für den Rücken gilt Gl. 4.14, die mittlere Länge des Rückenausschnittes ist:

$$l_{Rücken} = \frac{\pi \cdot (d_{Stator} + d_{Rücken})}{2 \cdot 2Z} \quad (6.48)$$

Der Leitungswiderstand des Rücken ist somit:

$$R_{thRücken} = \frac{l_{Rücken}}{\lambda_{Fe} \cdot l_{Fe} \cdot (d_{Stator} - d_{Rücken})} \quad (6.49)$$

### **Wärmekapazität Rücken**

Die Masse für den gesamten Rücken  $m_{Rücken}$ :

$$m_{Rücken} = l_{Fe} \cdot \frac{\pi}{4} (d_{Stator}^2 - d_{Rücken}^2) \cdot \rho_{Fe} \cdot \gamma_{Fe} \quad (6.50)$$

Für den Rückenausschnitt ergibt sich die Wärmekapazität:

$$C_{Rücken} = \frac{m_{Rücken}}{2Z} \cdot c_{pFe} \quad (6.51)$$

## 6.11 Nutisolation

Die Wärmeleitung erfolgt über die entstehende Kontaktfläche zwischen der Wicklung und dem Zahn.

$$A = l_{Fe} \cdot h_{Wicklung} \quad (6.52)$$

Die Höhe der Wicklung ergibt sich, nach Abbildung 6.4 aus der Wicklungszahl  $W$  der ersten Lage und dem Drahtdurchmesser.

$$h_{Wicklung} = N \cdot d_{Cu} \quad (6.53)$$

Somit ist der Wärmeleitungswiderstand der Nutisolation am Zahn:

$$R_{thNutiso} = \frac{d_{Nutiso}}{\lambda_{Nutiso} \cdot l_{Fe} \cdot N \cdot d_{Cu}} \quad (6.54)$$

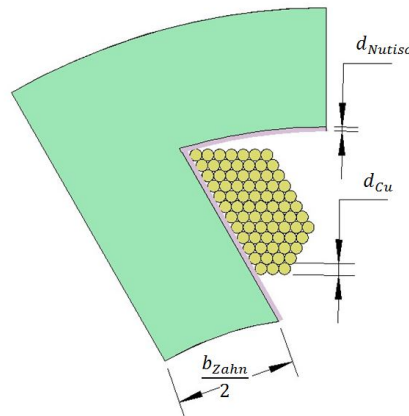


Abbildung 6.4: Ausschnitt Stator

## 6.12 Wicklung

Ist die Masse der Wicklungen nicht bekannt, kann diese aus dem elektrischen Widerstand oder den konstruktiven Daten der Wicklung ermittelt werden. Die Masse einer Wicklung  $m_{Cu}$  ergibt sich zu:

$$m_{Cu} = A_{Cu} \cdot l_{Draht} \cdot \rho_{Cu} \quad (6.55)$$

Mit dem elektrischen Widerstand  $R_{Str}$  ergibt sich Drahtlänge zu:

$$l_{Draht} = \kappa_{Cu} \cdot A_{Cu} \cdot R_{Str} \quad (6.56)$$

Die Wärmekapazität für den Ausschnitt berechnet sich mit:

$$C_{Cu} = \frac{m_{Cu} \cdot c_{pCu}}{2} \quad (6.57)$$

## 6.13 Gießharz

Zur Verbesserung der Wärmeabgabe sind die Wicklungen in einer Vergussmasse eingeschlossen. Diese Vergussmasse ist ein 2-Komponenten-Polyurethangießharz. Für den Leitungswiderstand ergibt sich somit zu:

$$R_{thHarz} = \frac{\frac{d_{Rücken} - d_{Statorbohrung}}{2} - h_{Wicklungen}}{\lambda_{Harz} \cdot A} \quad (6.58)$$

Mit:

$$A = b_{Wicklung} \cdot l_{Fe} + b_{Wicklung} \cdot \frac{b_{Zahn}}{2} \quad (6.59)$$



## 6.14 Wärmeübergangswiderstände zur Umgebung

Die Wärmeübergangswiderstände der Teilkörper, die in keinem direkten Kontakt zur Umgebung stehen, werden gegen unendlich angenommen.

Der Wärmeübergangswiderstand von Wasser zur Umgebung ist nur schwer zu bestimmen. Es kann aber davon ausgegangen werden, dass der Volumenstrom an die Umgebung gering ist. In dem Netzwerk wird deshalb die Wassertemperatur vorgegeben, die Erwärmung des Kühlwassers kann nach Messungen mit berücksichtigt werden.

Der Wärmeübergangswiderstand von dem Gehäuse zur Umgebung wurde schon in Kapitel 6.8 bestimmt.

## 6.15 Fazit

In diesem Kapitel wurden die Formeln angegeben, um die einzelnen Wärmeleit- und Wärmeübergangswiderstände analytisch zu bestimmen. Die Wärmeübergangswiderstände wurden mithilfe dimensionsloser Kennzahlen näherungsweise bestimmt. Diese berücksichtigen das umgebende Medium und die Geometrie des Körpers. Die Schwierigkeit liegt bei der analytischen Ermittlung der Wärmeübergangswiderstände zum Luft/Gasspalt. In der Literatur finden sich unterschiedliche Angaben für die Ermittlung der dimensionslosen Kennzahlen. Die großen Luft/Gasspaltweiten wirken sich nachteilig auf den Wärmeübergangswiderstand aus. Die Wärmeübergangswiderstände, welche in keinem direktem Kontakt zur Umgebung stehen, werden gegen unendlich angenommen.

## 7 Ergebnisse der Berechnung

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Berechnung des Wärmequellennetzwerkes aufgezeigt. Es wird die Temperatur der Permanentmagneten bei der Drehzahl ermittelt, bei welcher es zur Beschädigung der Permanentmagnete kam. Es werden die Temperaturverläufe mit Helium und Luft als umgebendes Medium zwischen Welle und Stator verglichen. Weiterhin wird der Einfluss einer vollen Norylkartusche untersucht. Die Berechnungen wurden mit dem Programm Portunus durchgeführt.

### 7.1 Vergleich der Ergebnisse mit vorhandenen Messpunkt

Bei hohen Temperaturen kommt es zur irreversiblen Beschädigung der Permanentmagnete. In der Abbildung 7.1 ist die Entmagnetisierungskurve ( $B = f(H)$ ) und Polarisationskurve ( $J = f(H)$ ) der verwendeten Magneten in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt. Die grüne Linie ist die sich einstellende Arbeitspunktgerade. Ab einer Temperatur von  $180^\circ\text{C}$  liegt der Arbeitspunkt am Knickbereich und die verwendeten Magneten werden irreversibel beschädigt. In der Abbildung 7.2 ist die Entmagnetisierungskurve mit den einzelnen Bereichen und die Energiedichte dargestellt. Weiterhin ist die Koerzitivfeldstärke  $H_c$  eingezeichnet, bei der  $B = 0$  ist.

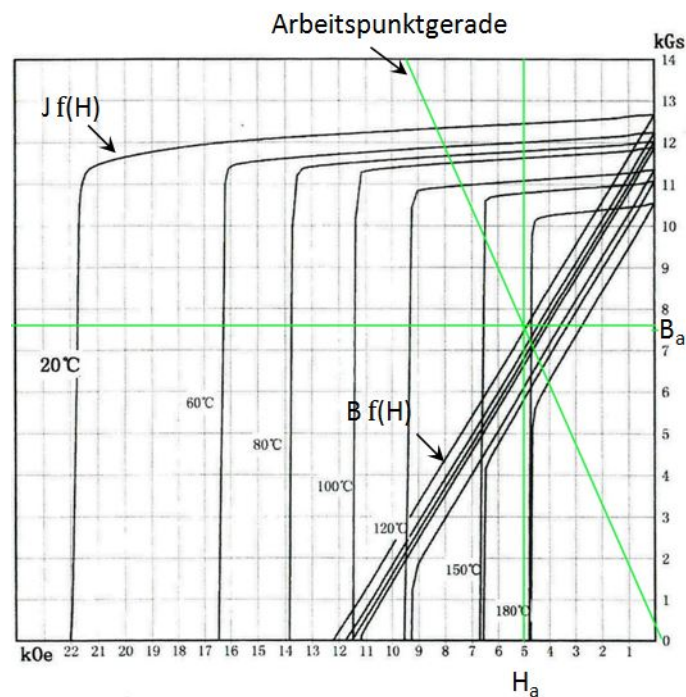


Abbildung 7.1: Entmagnetisierungskennlinie der Permanentmagneten

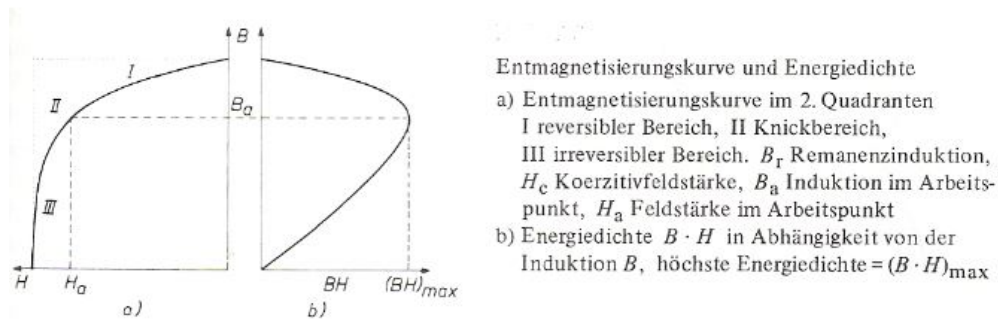


Abbildung 7.2: Entmagnetisierungskennlinie und Energiedichte [4]

Im Betrieb kam es bei einer Drehzahl von  $60.000 \cdot 1/\text{min}$  zum Versagen der Magnetlagerung und somit zum Absturz der Welle. Die anschließende Messung des Rotormagnetfeldes ergab das folgende Bild in Abbildung: 7.3. Permanentmagnet Radial 1 befindet sich am Einlauf und Permanentmagnet Radial 2 am Auslauf der Zentrifuge. Der Messmagnet befindet sich in der Wellenmitte. Es ist zu erkennen, dass sich der Permanentmagnet am Anfang der Welle fast ganz entmagnetisiert hat. Die Feldstärke des Magneten am Ende der Welle hat sich um ca. 55% reduziert. Die Temperatur der Wellenoberfläche  $\vartheta_{W0,A}$  am Auslauf der Zentrifuge betrug ca.  $80^\circ\text{C}$ . Das Gehäusinnere der Zentrifuge war mit Helium geflutet. Weitere Messungen zeigten, dass die Permanentmagneten nicht der geforderten Anwendungstemperatur entsprachen (nur  $100^\circ\text{C}$ ).

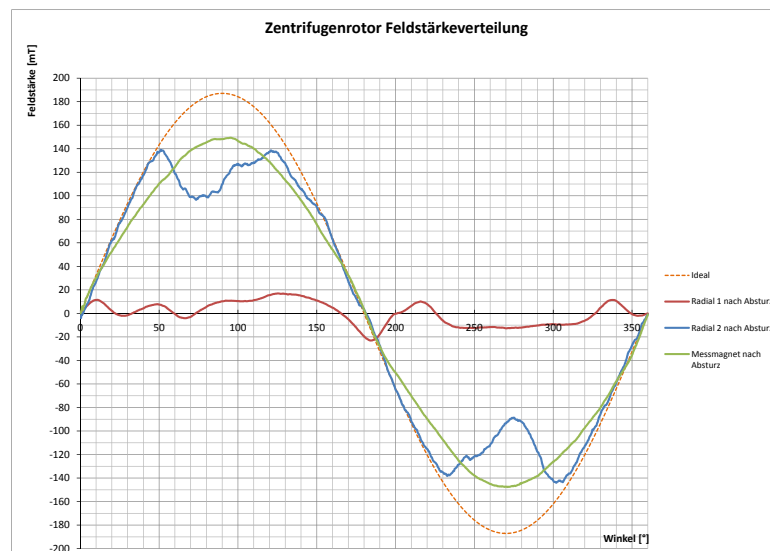


Abbildung 7.3: Feldstärkeverteilung des Zentrifugenrotors nach Absturz

Es ist zu erkennen, dass sich der Magnet am Einlauf der Welle stärker erwärmt hat. Ursache ist, dass das Radiallager 1 aufgrund eines schlechteren Rundlaufes höhere Regelvorgänge benötigt. Somit wird in die Lagerwicklungen ein höherer Strom eingepreßt.

Dies verändert zum einen den Arbeitspunkt des Permanentmagneten, zum anderen erhöhen sich die Wirbelstromverluste in der Welle.

Die Wellenverluste werden aus dem Auslaufversuch der Welle ermittelt. Da dieser nur bis  $40.000 \cdot 1/min$  durchgeführt wurde, ist die Kennlinie für die Verluste höherer Drehzahlen interpoliert wurden. Aus dieser Kennlinie ergeben sich die gesamten Verluste für  $60.000 \cdot 1/min$  an der Welle zu:

$$P_{vW_{elleges}} = 2472W$$

Die gesamten Gasreibungverluste ergeben sich nach [10], bei  $60.000 \cdot 1/min$  zu:

$$P_{vR} = 349W$$

Somit sind die gesamten Wirbelstromverluste in der Welle ca:

$$P_{vW} = P_{vW_{elleges}} - P_{vR} = 2472W - 349W = 2123W$$

In der Tabelle 7.1 sind die mittleren Temperaturen der Permanentmagnete  $\vartheta_{mPM}$  sowie die Temperaturen an der Wellenoberfläche am Einlauf  $\vartheta_{Wo,E}$  und Auslauf der Welle  $\vartheta_{Wo,A}$  aufgelistet. Zuerst wurde mit gleichen Wirbelstromverlusten in den beiden Magneten und Wellenabschnitten gerechnet. Somit teilen sich die ermittelten Wirbelstromverluste  $P_{vW}$  zu gleichen Teilen auf. Anschließend wurde mit unterschiedlichen Verlusten gerechnet, so das 55% und 60% der gesamten Verluste am Einlauf der Welle entstehen.

$P_{vPM1}$	$P_{vPM3}$	$\Delta\vartheta_{Wo,E}$	$\Delta\vartheta_{mPM1}$	$\Delta\vartheta_{mPM2}$	$\Delta\vartheta_{mPM3}$	$\Delta\vartheta_{Wo,A}$
50 : 50		71K	83K	60K	88K	77K
55 : 45		74K	88K	61K	84K	74K
60 : 40		76K	91K	61K	80K	71K

Tabelle 7.1: Temperaturen bei unterschiedlichen Wirbelstromverlusten in den Permanentmagneten bei einer Drehzahl von  $60.000 \cdot 1/min$

Wird davon ausgegangen, dass in den beiden Magneten die gleichen Verluste auftreten (50 : 50), dann ist der Temperaturanstieg in dem Permanentmagneten am Auslauf ( $PM_3$ ) am höchsten. Ursache ist die geringere Wärmeabgabe an den Gasspalt beim Wellendurchmesser  $70mm$ . Deutlich zu sehen ist dies in der Abbildung 7.4. Hier sind die Wärmeströme innerhalb der Welle bei einer Drehzahl von  $60.000 \cdot 1/min$  abgebildet. Über die Kohlefaserbandage wird ungefähr die Hälfte der entstehenden Wärme, die durch die Wirbelstromverluste in den Magneten entsteht, an den Gasspalt abgegeben.



In der Abbildung 7.6 sind die mittleren Temperaturen der Welle bei den unterschiedlichen Wellendurchmesser und der Permanentmagneten über die Länge der Welle aufgetragen. Deutlich zu erkennen ist, dass der niedrigste Punkt der Wärmeverteilung in der Mitte der Welle liegt. Da in dem Messmagnet *PM2* keine Verluste auftreten, erwärmt sich dieser ca 11K geringer als der Permanentmagnet am Anfang der Welle.

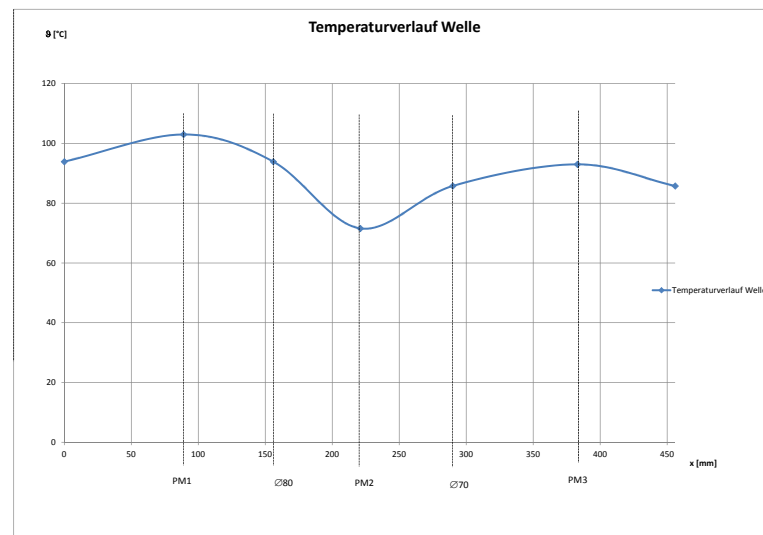


Abbildung 7.6: Temperaturverlauf der Welle mit den mittleren Temperaturen bei ungleichen Wirbelstromverlusten in den Magneten

In der Abbildung 7.7 sind die einzelnen Teilkörpertemperaturen dargestellt. Deutlich zu sehen ist, dass die Norylkartusche einen geringen Wärmeleitwert und somit einen hohen Wärmeleitungswiderstand hat. Somit erwärmt sich das zu separierende Medium nur geringfügig.

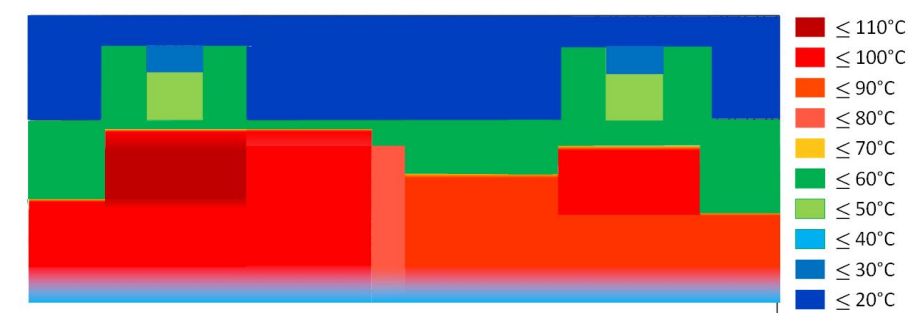


Abbildung 7.7: Temperaturen der einzelnen Teilkörper bei einer Drehzahl von  $60.000 \cdot 1/min$

Für eine Validierung der Ergebnisse und der Temperaturverteilung der Welle sind weitere Meßpunkte nötig, zum Beispiel am Anfang und in der Mitte der Welle, um den realen Temperaturverlauf zu erhalten. Mit diesen Temperaturen kann dann das Wärmenetzwerk der Welle überprüft und gegebenenfalls die Parameter angepasst werden.

## 7.2 Vergleich der Ergebnisse mit Helium und Luft

In der Abbildung 7.8 sind die Temperaturerhöhung  $\Delta\vartheta$  des Wellenendes und des Permanentmagneten *PM1* am Einlauf über der Drehzahl dargestellt. Bei den durchgezogenen Linien ist die Zentrifuge mit Helium geflutet und bei den gestrichelten Linien ist Luft im Gehäuseinneren. Durch die geringeren Reibungsverluste und die höhere Wärmeabgabe bei Helium stellen sich geringere Übertemperaturen bei der jeweiligen Drehzahl ein. Mit steigender Drehzahl verringern sich die Übertemperaturen in Helium im Bezug zu Luft stärker. Mit Helium wird die Grenztemperatur der Magneten auch bei einer Drehzahl von  $80.000 \cdot 1/min$  nicht überschritten. Mit Luft als umgebendes Medium wird die Grenztemperatur bei ca.  $55.000 \cdot 1/min$  überschritten.

Zu beachten ist, dass die Verluste für die Welle aus der interpolierten Kennlinie des Auslaufversuches entnommen wurden. Die aus der Kennlinie ermittelten Verluste unterscheiden sich von den Verlusten, welche von Prof. Beckert berechnet wurden. Mit Helium ergeben sich bei  $80.000 \cdot 1/min$  die aus der Kennlinie ermittelten Wirbelstromverluste beider Magneten zu  $P_{vW} = 3633W$ . Die extern berechneten Wirbelstromverluste betragen dagegen sogar  $P_{vW} = 4378W$ .

Dies zeigt die Notwendigkeit, die Verluste experimentell zu ermitteln, um die Ergebnisse zu überprüfen.

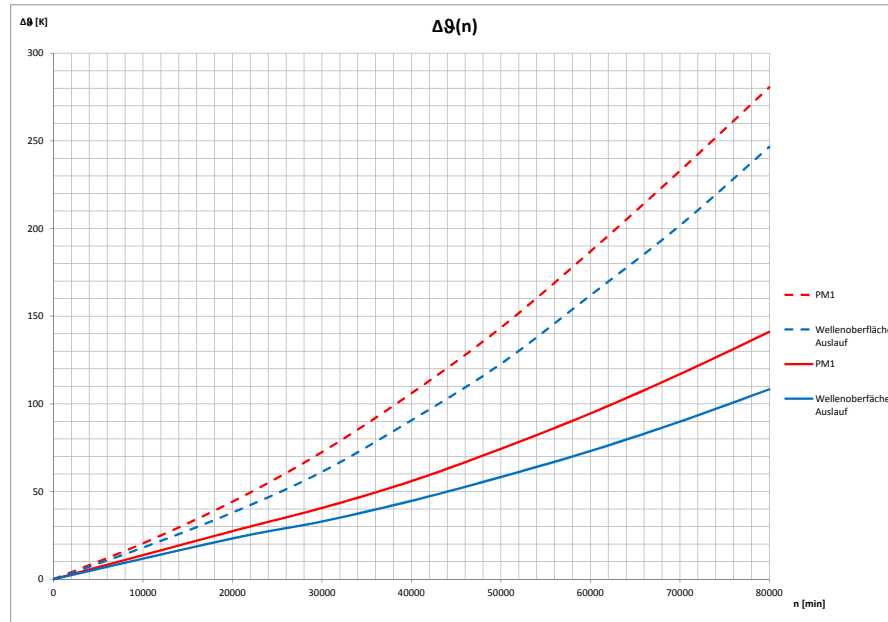


Abbildung 7.8: Temperaturerhöhung Luft (gestrichelt) und Helium (ganze Linien) in Abhängigkeit der Drehzahl

### 7.3 Vergleich mit voller und leerer Noryl-Kartusche

In erster Näherung wurde angenommen, dass die Kartusche mit Wasser gefüllt ist. Ein weiterer Extremfall ist, wenn die Kartusche mit dem zu separierenden Medium gefüllt ist. Für diesen Fall wird angenommen, dass sich in der Kartusche Polystyrol befindet. Mit diesem Kunststoff werden auch die Testläufe der Zentrifuge durchgeführt. Weiterhin hat Polystyrol einen deutlich schlechteren Wärmeleitwert als Wasser. Somit verschlechtert sich der Wärmeübergang erheblich.

In der Tabelle 7.2 sind die Temperaturen der Permanentmagneten für beide Extremfälle dargestellt. Es zeigt sich, dass mit voller Kartusche die Erwärmung der Magneten nicht wesentlich höher liegt. Es ist ersichtlich, dass der größte Teil der Wärme über die Welle an Helium und Luft abgeführt wird. Dies liegt an dem geringeren Wärmeleitwert der Noryl-Kartusche ( $0,25 \frac{W}{m \cdot K}$ ) im Gegensatz zum Rotor ( $21 \frac{W}{m \cdot K}$ ).

	$\Delta \vartheta_{PM1}$	$\Delta \vartheta_{PM3}$
leere Kartusche	91K	80K
volle Kartusche	93K	82K

Tabelle 7.2: Temperaturen der Magnete mit voller und leerer Norylkartusche bei  $60.0001/min$

### 7.4 Vergleich zwischen segmentierten und unsegmentierten Permanentmagneten

In der Tabelle 7.3 sind die Temperaturerhöhungen der Permanentmagneten bei einer Drehzahl von  $80.000 \cdot 1/min$  dargestellt. Die gesamten Luftreibungsverluste betragen nach [10]  $P_{vLuft} = 2483W$  und  $P_{vHe} = 727W$ . Mit den von Prof. Dr.-Ing. habil U.Beckert berechneten Wirbelstromverlusten ergeben sich die gesamten Verlustleistungen der Welle.

Aus der Tabelle 7.3 ist ersichtlich, dass mit Luft im Gehäuseinneren auch nach Segmentierung der Magneten die Grenztemperatur überschritten wird. Es ist jedoch zu beachten, dass mit den Luftreibungsverlusten nach Saari [10] gerechnet wurde und sich somit höhere Reibungsverluste ergeben als mit den Formeln nach Centner [15]. Ist die Zentrifuge mit Helium geflutet, wird nach Segmentierung der Magneten die Grenztemperatur nicht überschritten.



	Luft		Helium	
	unsegmentiert	segmentiert	unsegmentiert	segmentiert
$P_{vWelle}$	6861W	4263W	5105W	2507
$\Delta\vartheta_{PM}$	354K	211K	164K	76K

Tabelle 7.3: Temperaturen Permanentmagneten bei  $80.000 \cdot u/min$  mit Luft beziehungsweise Helium

## 7.5 Fazit

In diesem Kapitel wurden die Ergebnisse der Berechnung des Wärmequellennetzwerkes aufgezeigt. Ein Vergleich zwischen Helium und Luft zeigt, dass sich mit Helium aufgrund besserer physikalischer Eigenschaften die Erwärmung der Welle und Permanentmagneten deutlich verringert sowie die Wärmeabgabe verbessert wird. Eine volle Norylkartusche hat jedoch nur einen geringen Einfluss auf die Erwärmung der Welle. Die Grenztemperatur der Magneten wird mit Luft auch bei segmentierten Magneten überschritten. Da sich die Welle während dieser Arbeit noch in der Fertigung befand, konnte keine experimentelle Überprüfung der Arbeit stattfinden. Es wurden nur Versuche ohne Welle durchgeführt. Für eine Validierung des Temperaturverlaufes in der Welle sind weitere Meßpunkte an der Welle nötig. Gegebenfalls müssen Parameter angepasst werden und das Netzwerk überarbeitet werden.

## 8 Experimentelle Überprüfung des Wärmequellennetzwerkes

In diesem Kapitel wird die Genauigkeit der berechneten Temperaturverteilung in der Zentrifuge durch Versuche überprüft, um das Modell des Stators zu bestätigen.

### 8.1 Einspeisung von Gleichstrom in die Motor- und Lagerwicklungen

In diesem Versuch wurde auf alle Motor- und Lagerwicklungen der Betrag des Effektivstromes im Betriebszustand eingespeist. Der Versuch wurde ohne Welle durchgeführt. Während des Versuches wurden folgende Messungen durchgeführt:

- Temperatur an der unteren Zahnfläche
- Gehäusetemperatur
- Temperatur Wasser Zulauf
- Temperatur Wasser Ablauf
- Spannung der einzelnen Lagerwicklungen im Rotor 1 (R1L U- W)
- Spannungen der einzelnen Motorwicklungen im Rotor 2 (R2M U - W)
- Volumenstrom Wasser

Die elektrischen Spannungen, die Gehäuse- und Zahntemperatur wurden aller 10s von einem Datenlogger aufgezeichnet (Anhang C). Die Messung der beiden Temperaturen erfolgte über PT100. Die Messung des Volumenstromes  $Q$  erfolgte mittels Durchflussturbine, die Wassereintritts- und Wasseraustrittstemperatur wurde mit Thermometern gemessen. In der Tabelle 8.1 ist der Volumenstrom und die Temperaturerhöhung des Kühlwassers eingetragen.

$Q$	$3.5l/min$
$\Delta\vartheta_{Kühlwasser}$	$1K$

Tabelle 8.1: Ermittelte Daten der Wasserkühlung

In der Abb. 8.1 sind die mit dem Datenlogger aufgezeichneten Temperaturen des Zahnes und Gehäuses über der Zeit dargestellt. Die Wicklungstemperaturen wurden über die Widerstandszunahme der Wicklungen bestimmt. Die Wicklungstemperatur steigt um ca.  $34\text{K}$  an. Das Gehäuse und die Zähne erwärmen sich dagegen nur um  $1 - 2\text{K}$ . Deutlich zu sehen ist dies auch auf den Aufnahmen der Wärmebildkamera in Abbildung 8.2. Mit  $55^\circ\text{C}$  sind Rot/Weiß die Wicklungen und hellblau die Zähne des Stators zu erkennen.

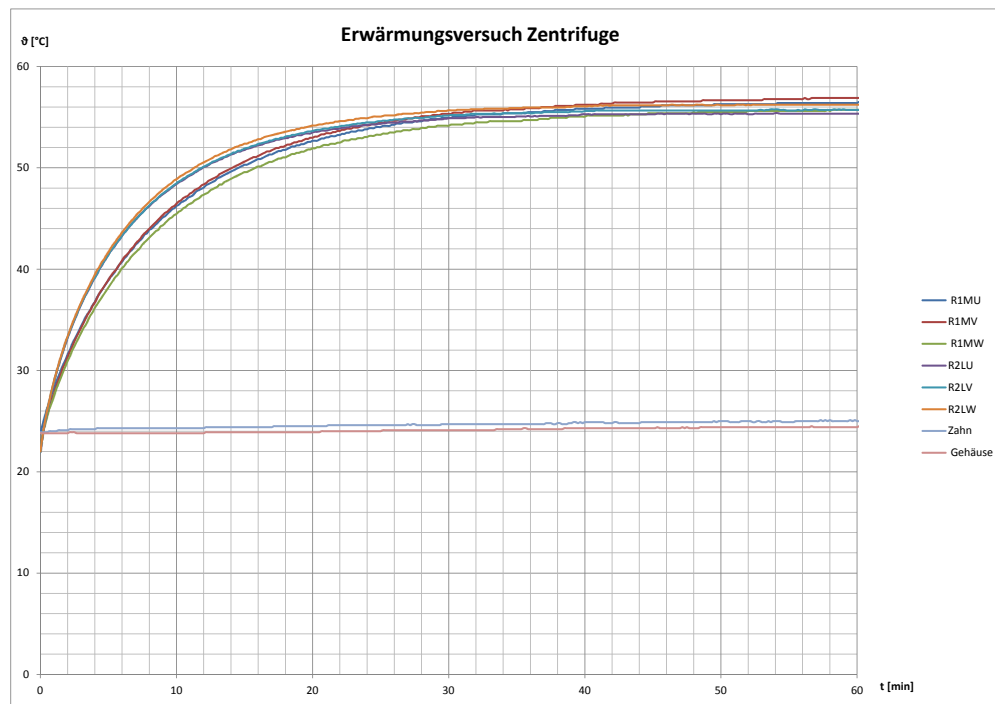


Abbildung 8.1: Messung des Temperaturverlaufes

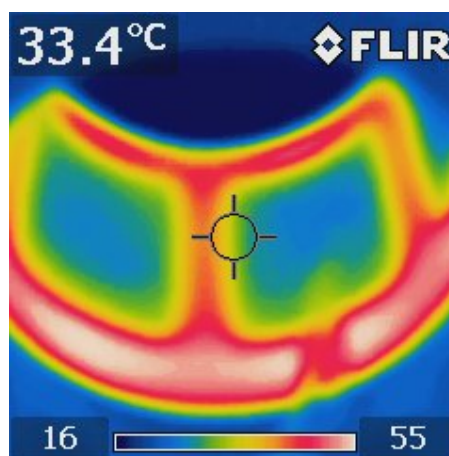


Abbildung 8.2: Wärmebildkamera Stator

In der Abb. 8.3 sind die gemessenen und berechneten Wicklungstemperaturen, in Mathcad und Portunus, über der Zeit dargestellt. Der Vergleich zwischen den Temperaturen zeigt, dass sich die Endtemperaturen nur um 1 – 2 K unterscheiden. Die berechneten Temperaturverläufe ergeben eine geringere Zeitkonstante. Es wurden Vereinfachungen bei der analytischen Berechnung der Widerstände und Kapazitäten getroffen.

Die berechneten Endtemperaturen stimmen nach den beiden Berechnungsmethoden gut überein. Es stellen sich mit den beiden Berechnungsmethoden unterschiedliche Zeitkonstanten ein.

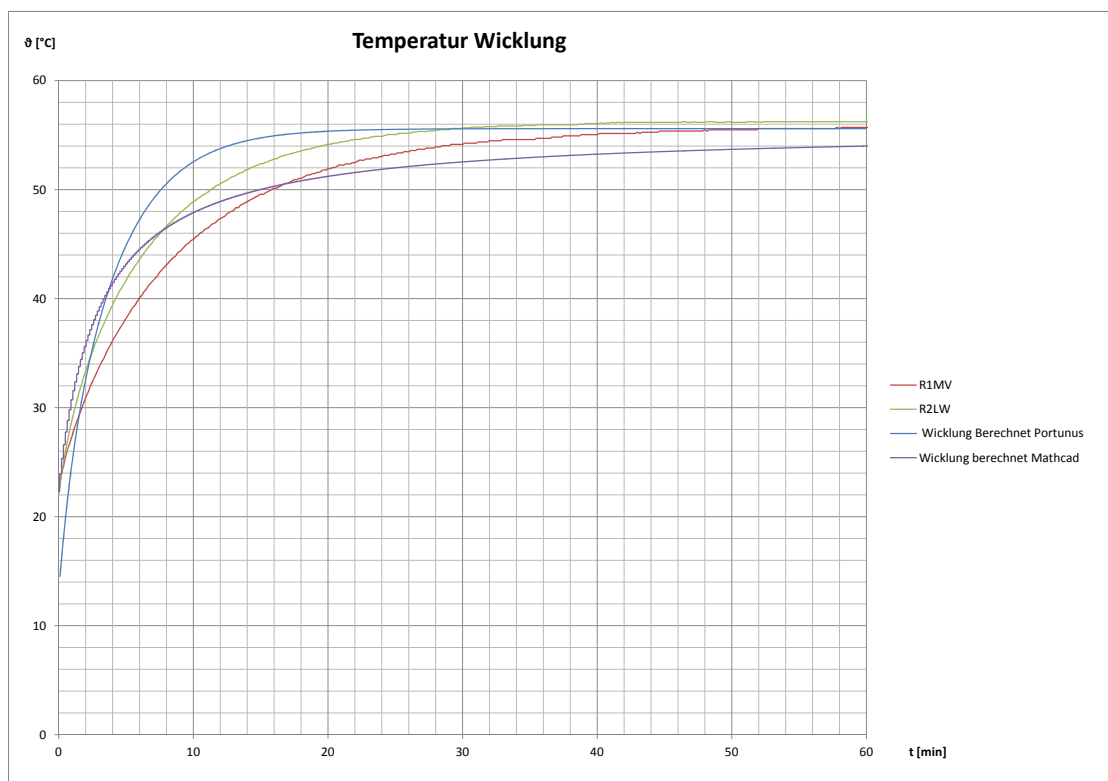


Abbildung 8.3: Vergleich Messung Rechnung

## 8.2 Fazit

In diesem Kapitel wurde das Wärmequellennetzwerk des Stators bestätigt. Die experimentelle Überprüfung ergab im stationären Zustand nur geringe Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Werten. Zu Abweichungen kommt es beim zeitlichen Verlauf der Temperaturen. Auch sind Unterschiede zwischen numerischer und analytischer Berechnung bei dem transienten Temperaturverlauf festzustellen.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, die Temperaturverteilung in der Zentrifuge mittels eines Wärmequellennetzwerkes zu berechnen, um die Temperaturen der Permanentmagnete und Wellenoberfläche zu erhalten. Es wurde anhand der Konstruktionsunterlagen ein Wärmequellennetzwerk erstellt und die einzelnen Bestandteile analytisch berechnet. Weiterhin wurde eine Lösungsmethode für eine analytische, transiente Berechnung, nach Vorlage von Kipp [9] aufgestellt und mit dem Programm Mathcad für den Stator berechnet. Das Wärmequellennetzwerk der Zentrifuge wurde mit dem Simulationsprogramm Portunus berechnet.

Für den Stator wurde die beiden Berechnungsmethoden experimentell überprüft. Das Wärmequellennetzwerk für den Stator konnte im stationären Betrieb bestätigt werden. Es zeigte sich, dass der berechnete und gemessene Temperaturverlauf durch die getroffenen Vereinfachungen von einander abweichen. Es ergeben sich nach beiden Berechnungsmethoden unterschiedliche Zeitkonstanten. Die Endwerte sind jedoch gleich.

Die Verluste wurden überschlagartig berechnet und lokalisiert. Einige Mühen bereitet die Bestimmung der einzelnen Wellenverluste, im speziellen die entstehenden Wirbelstromverluste in den Magneten und der massiven Welle. Die Wirbelstromverluste in der massiven Welle wurden für  $80.000 \cdot 1/min$  extern berechnet. Die gesamten Verluste, die bei der Welle auftreten, wurden aus dem Auslaufversuch bestimmt und daraus die gesamten Wirbelstromverluste ermittelt. Erschwert wird dies dadurch, dass in den beiden Magneten unterschiedliche Verluste auftreten.

Die Wärmeübergangswiderstände der Zentrifuge wurden näherungsweise mithilfe der Ähnlichkeitstheorie bestimmt. Zu beachten ist, dass sich in der Literatur unterschiedliche Angaben zur Bestimmung der Nußelt-Zahl und somit des Wärmeübergangskoeffizienten finden. Anhand der Feldstärkeverteilung nach Beschädigung der Magneten und der Temperatur der Wellenoberfläche am Auslauf wurden die Temperaturen der Permanentmagnete und Welle bestimmt. In der Arbeit wurde weiterhin gezeigt, dass sich durch den Einsatz von Helium die Erwärmung der Welle deutlich verringert, da Helium im Gegensatz zu Luft eine höhere Wärmeleitfähigkeit besitzt. Aufgrund der geringeren Dichte von Helium verringern sich auch die Reibungsverluste an der Wellenoberfläche. Dies ist besonders wichtig, da der Großteil der Wärme an den Luft/Gasspalt abgegeben wird. Nachteilig wirken sich die großen Luft/Gasspaltweiten auf die Wärmabgabe aus. Diese sind jedoch aus konstruktiven Gründen notwendig, da sonst die Demontage der Welle zu aufwendig ist.

Eine weitere Fragestellung war, ob die Grenztemperaturen der Permanentmagneten erreicht werden. Ist die Zentrifuge mit Helium geflutet, wird die Grenztemperatur in den

Magneten nicht erreicht. Mit Luft dagegen wird die Grenztemperatur auch nach Verringerung der Wirbelstromverluste in der Welle überschritten und es kommt somit zur irreversiblen Beschädigung der Magnete.

Weiterhin wurde der Einfluss einer vollen Norylkartusche auf die Erwärmung in den Magneten untersucht. Es wurde nachgewiesen, dass aufgrund des geringen Wärmeleitwertes von Noryl, im Gegensatz zu dem Wellenmaterial, dies nicht der Fall ist.

Der nächste Schritt wäre eine genaue Überprüfung der berechneten Werte. Um den Temperaturverlauf in der Welle zu bestätigen sind weitere Messpunkte an der Welle nötig, zum Beispiel am Anfang und in der Mitte der Welle. Danach müssen die Parameter angepasst und gegebenenfalls das Wärmequellennetzwerk überarbeitet werden. Weiterhin könnte eine genauere Betrachtung der Verluste geschehen. Augenmerk sollte auf die entstehenden Verluste in der massiven Welle und auf die Luftreibungsverluste gelegt werden, da diese nur schwer analytisch zu bestimmen sind.

## Literaturverzeichnis

- [1] Schweitzer, Gerhard; Traxler, Alfons; Bleuler Hannes: Magnetlager Grundlagen: Eigenschaften und Anwendung Berührungsfreier elektromagnetischer Lager -1. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer Verlag, 1993
- [2] VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen: VDI Wärmeatlas -10. bearbeitete und erweiterte Aufl. Berlin [u.a.]: Springer-Verlag, 2006
- [3] Baehr, Hans Dieter; Stephan, Karl: Wärme- und Stoffübertragung -7,neu bearbeitete Aufl. Heidelberg [u.a.]: Springer Verlag, 2010
- [4] Döring, Egon: Werkstoffkunde der Elektrotechnik 2.,verbesserte Aufl. Braunschweig [u.a.]: Vieweg & Sohn Verlag, 1988
- [5] Schuisky, Wladimir: Berechnung elektrischer Maschinen -1. Aufl. Wien: Springer-Verlag, 1960
- [6] Fischer,Rolf: Elektrische Maschinen -13. Aufl. München [u.a.]: Carl Hanser Verlag, 2006
- [7] Rauchfuß Lutz: Grundlagen der elektrischen Antriebstechnik, -2012, Mittweida, Hochschule Mittweida, Fakultät Elektro- und Informationstechnik, Vorlesungsskript 2012, unveröffentlicht
- [8] Hübner, Nils: Erstellung eines Magnetlagerdimensionierungsprogramms, -2005, -102 S. Mittweida, Hochschule Mittweida, Fakultät Elektro- und Informationstechnik, Diplomarbeit, 2006
- [9] Kipp, Burghard: Analytische Berechnung thermischer Vorgänge in permanentmagneterregten Synchronmaschinen -2008, -228 S. Hamburg, Helmut-Schmidt-Universität, Fakultät für Elektrotechnik, Dissertation,2008
- [10] Saari, Juha: Thermal analysis of high-speed induction machines -1. Aufl. Helsinki: Finnish Academy of Technology 1998 (Electrical Engineering Series No. 90)
- [11] A.Binder, M. Kloht, T. Schneider: Losses in highspeed permanent magnet motor with magnetic levitation for 40000/min, 40 kW. In: International Journal of electrical Engineering in Transportation 2005 vol1,n°2, S. 9-7. -ISSN 1773-9357
- [12] Soderberg, C. Richard: Steady Flow of Heat in Large Turbine-Generators In: AIEE Transactions: 1931 Jg. 50, S. 782-798.



- [13] Kümmel, Wolfgang; Stoffdatenprogramm Gase.XLS, FH-Lübeck. URL: [www.fh-luebeck.de/Inhalt/02\\_Studierende\\_Ch021/05\\_FB\\_MW/02\\_Studiengaenge/04\\_Q\\_Maschinenbau\\_Bachelor/04\\_Q\\_Labore\\_und\\_Institute/Stroemungslehre\\_und\\_Stroemungsmaschinen/Software/gase.xls](http://www.fh-luebeck.de/Inhalt/02_Studierende_Ch021/05_FB_MW/02_Studiengaenge/04_Q_Maschinenbau_Bachelor/04_Q_Labore_und_Institute/Stroemungslehre_und_Stroemungsmaschinen/Software/gase.xls); Zugriff 21.02.2014
- [14] Bousbaine, Amar: An investigation into the thermal modelling of induction motors -1993, -163 S. Sheffield, University of Sheffield, Department of Electronical and Electrical Engineering, Dissertation, 1993
- [15] Centner, Matthias: Entwurf und Erprobung schnelldrehender Asynchronmaschinen unter besonderer Berücksichtigung der magnetisch aktiven Materialien - 2009, -94 S. Berlin, Technischen Universität Berlin, Fakultät Elektrotechnik und Informatik, Dissertation, 2009
- [16] Grobler, Andries J.: Thermal modelling of a high speed magnet synchronous machine -2011, -145 S. Potchefstroom, North-West-University, Dissertation, 2011
- [17] Howey, David A.; Childs, Peter R.N; Holmes Andrew S.: Air-gap convection in rotating electrical machines IN: IEEE Transaction: 2010 Vol. 59 S. 1367-1375. ISSN: 0278-0046
- [18] Kümmel, Wolfgang: Technische Strömungsmechanik: Theorie und Praxis -3. überarbeitete und ergänzte Aufl. Wiesbaden: B.G. Teubner Verlag, 2007

## Anhang A: Wärmeleitungswiderstände Hohlzylinder

### A.1 Wärmeleitung radial ohne innere Wärmequelle

Für die radiale Temperaturverteilung in einem Hohlzylinder ohne innere Wärmequelle gilt:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung ist:

$$\vartheta(r) = C_1 \ln(r) + C_2 \quad (\text{A.2})$$

Als Randbedingungen wird die Temperatur  $\vartheta_2$  an der Oberfläche als bekannt angenommen und ein Wärmestrom bei  $r_i$  vorausgesetzt.

$$-\lambda A_1 \left( \frac{d\vartheta}{dr} \right)_{r=r_i} = P_{v1}$$

$$\vartheta_{r=r_a} = \vartheta_2$$

Somit ergeben sich die beiden Integrationskonstanten zu:

$$C_1 = -\frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \quad (\text{A.3})$$

$$C_2 = \vartheta_2 + \frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \cdot \ln(r_a) \quad (\text{A.4})$$

Durch Einsetzen der Integrationskonstanten in die allgemeine Lösung ergibt sich die Temperaturverteilung:

$$\vartheta(r) = \vartheta_2 + \frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 + \frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) \quad (\text{A.6})$$

Die mittlere Temperatur erhält man durch Integration über dem Volumen. Mit  $V = \pi(r_a^2 - r_i^2)l$  und  $dV = 2\pi r l dr$  ergibt sich:

$$\begin{aligned} \vartheta_m &= \frac{1}{V} \int_{R_i}^{R_a} \vartheta(r) dV \\ &= \frac{2}{(r_a^2 - r_i^2)} \int_{R_i}^{R_a} \vartheta(r) \cdot r dr \\ &= \frac{2}{(r_a^2 - r_i^2)} \int_{R_i}^{R_a} \vartheta_2 \cdot r + \frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \ln\left(\frac{r_a}{r}\right) \cdot r dr \\ &= \frac{2}{(r_a^2 - r_i^2)} \int_{R_i}^{R_a} \vartheta_2 r + \frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \ln\left(\frac{r_a}{r}\right) \frac{r^2}{2} - \frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \int_{R_i}^{R_a} \frac{r}{2} dr \\ &= \frac{2}{(r_a^2 - r_i^2)} \left[ \frac{\vartheta_2 r^2}{2} + \frac{P_{v1} r_i}{\lambda A_1} \left( \ln\left(\frac{r_a}{r}\right) \frac{r^2}{2} - \frac{r^2}{4} \right) \right]_{r_i}^{r_a} \\ \vartheta_m &= \vartheta_2 + \frac{P_{v1} r_i}{2\lambda A_1} \left( 1 - \frac{2r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) \right) \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

Somit ergeben sich aus der mittleren Temperatur die beiden Widerstände  $R_{1r}$  und  $R_{2r}$  zu:

$$R_{1r} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_m}{P_{v1}}$$

$$R_{2r} = \frac{\vartheta_m - \vartheta_2}{P_{v1}}$$

$$R_{1r} = \frac{r_i}{2\lambda A_1} \left( \frac{2r_a^2 \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} - 1 \right) \quad (\text{A.8})$$

$$R_{2r} = \frac{r_i}{2\lambda A_1} \left( 1 - \frac{2r_i^2 \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (\text{A.9})$$

## A.2 Wärmeleitung radial in einem Hohlzylinder mit innerer Wärmequelle

Für die radiale Temperaturverteilung in einem Hohlzylinder mit innerer Wärmequelle gilt:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} + \frac{\dot{\omega}}{\lambda} = 0 \quad (\text{A.10})$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung A.10 ist:

$$\vartheta(r) = -\frac{\dot{\omega}}{4\lambda} + c_1 \ln(r) + c_2 \quad (\text{A.11})$$

Als Randbedingungen gelten:

$$\vartheta_{r=r_a} = \vartheta_2$$

$$\vartheta_{r=r_i} = \vartheta_1$$

Mit den Randbedingungen ergibt sich die Wärmeverteilung in einem Hohlzylinder mit innerer Wärmequelle zu:

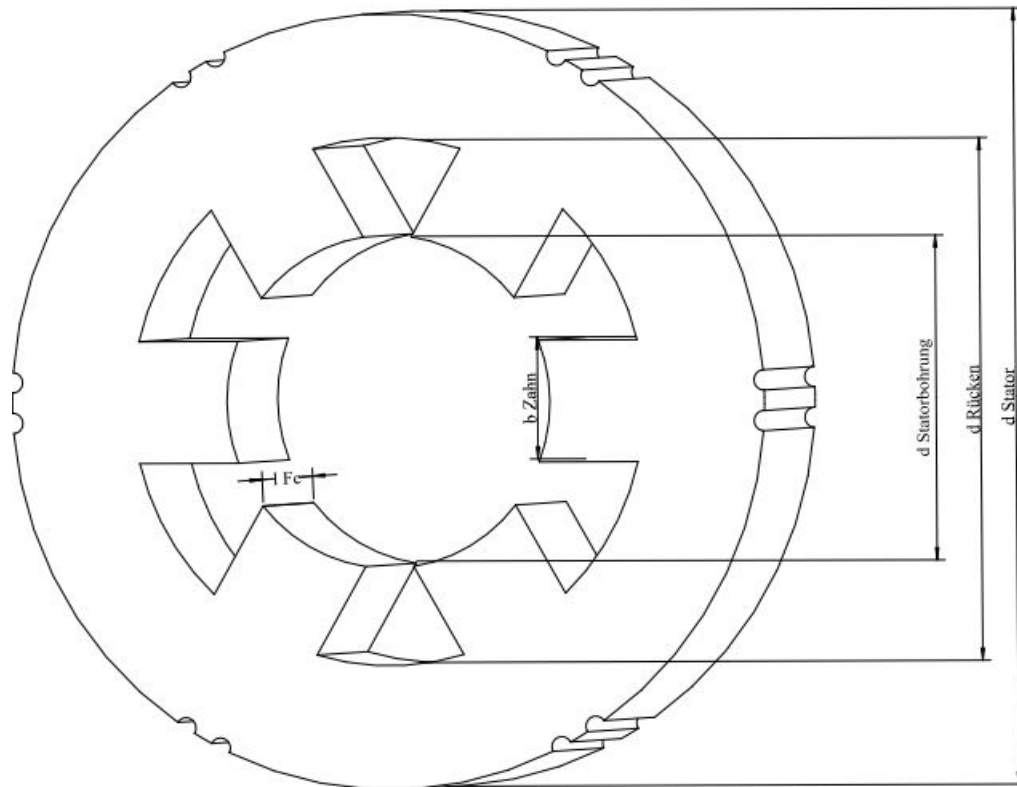
$$\vartheta(r) = \vartheta_2 + \frac{\dot{\omega} \cdot (r_a^2 - r^2)}{4\lambda} + \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\ln(r_i/r_a)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_a}\right) - \frac{\dot{\omega} \cdot (r_a^2 - r_i^2)}{4\lambda \ln(r_i/r_a)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_a}\right) \quad (\text{A.12})$$

Nach der selben Methode wie oben ergibt sich der mittlere Widerstand nach [16], [14] zu:

$$R_{mr} = \frac{-1}{8\pi\lambda(r_a^2 - r_i^2)l} \left( r_a^2 + r_i^2 - 4 \frac{r_a^2 r_i^2 \ln(r_a/r_i)}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (\text{A.13})$$

## Anhang B: Maße Zentrifuge

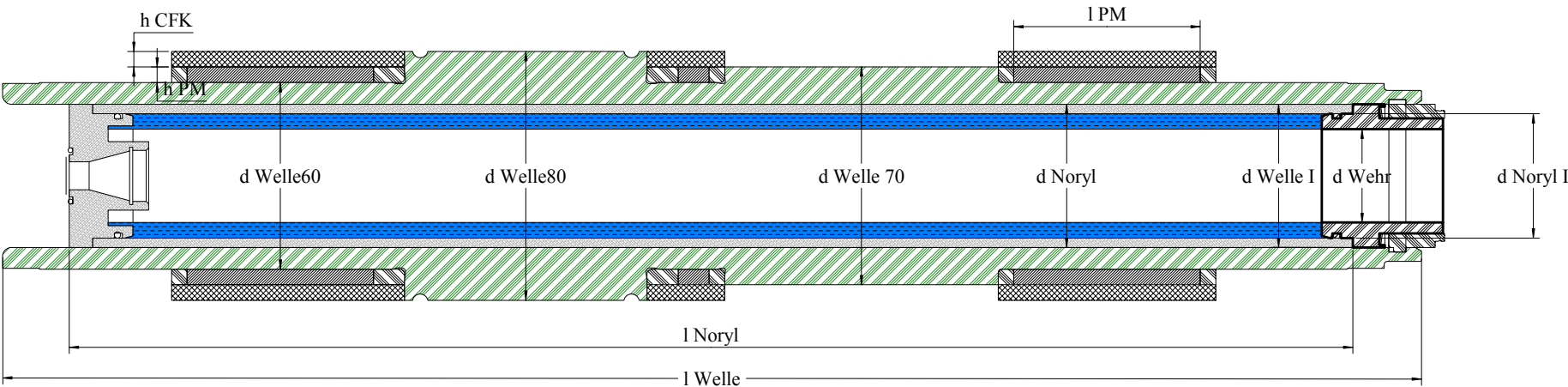
### B.1 Statorblechpaket



$d_{Stator} = 190 \text{ mm}$	$d_{Rücken} = 130 \text{ mm}$
$b_{Zahn} = 30 \text{ mm}$	$l_{Fe} = 54 \text{ mm}$
$d_{Statorbohrung} = 82 \text{ mm}$	

Tabelle B.1: Maße Statorblechpaket

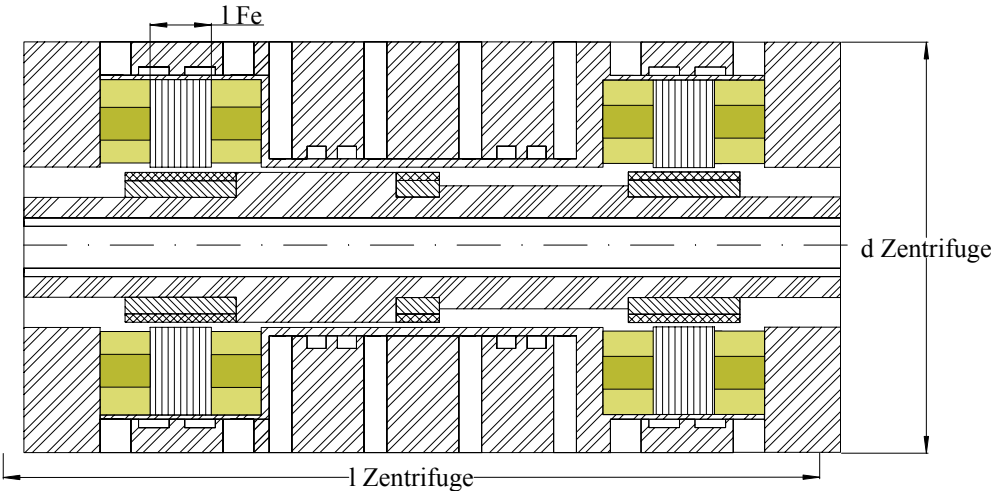
B.2 Welle



$d_{Welle60} = 60\text{ mm}$	$d_{Welle70} = 70\text{ mm}$	$d_{Welle80} = 80\text{ mm}$	$d_{WelleI} = 46\text{ mm}$	$d_{Wehr} = 30\text{ mm}$	$d_{Noryl} = 46\text{ mm}$
$d_{NorylI} = 40\text{ mm}$	$h_{CFK} = 5\text{ mm}$	$h_{PM} = 5\text{ mm}$	$l_{PM} = 60\text{ mm}$	$l_{Welle} = 457\text{ mm}$	$l_{Noryl} = 405\text{ mm}$

Tabelle B.2: Maße Welle

B.3 Zentrifuge



$d_{Zentrifuge} = 217 \text{ mm}$	$l_{Zentrifuge} = 481 \text{ mm}$
-----------------------------------	-----------------------------------

Tabelle B.3: Maße Zentrifuge

## Anhang C: Datenlogger



Abbildung C.1: Datenlogger



## Anhang D: Datenblätter

Nachfolgende Datenblätter sind für folgende Materialien:

Materialien	Datenblatt
Permanentmagnete	Vacodym 655 HR
Noryl	Polyphenylenether von Schmidt + Bartl
Wellenmaterial	X3NiCoMoTi18-9-5
	Böhler W722 VMR
Gießharz	ISO-PUR K 711
Kohlefaser	fibretch composites

Tabelle D.1: Zugehörigkeit der Materialien zu den Datenblättern

## VACODYM 655 HR

## Magnetic Properties

Remanence		Coercitivity				Energy Density		Temperature coefficient (RT - 100°C)		Temperature coefficient (RT - 150°C)	Temperature coefficient (RT - 150°C)	Magnetisation field strength
B <sub>r</sub> typ.	B <sub>r</sub> min.	H <sub>cB</sub> typ.	H <sub>cB</sub> min.	H <sub>cJ</sub> typ.	H <sub>cJ</sub> min.	(BH) <sub>max</sub> typ.	(BH) <sub>max</sub> min.	TK ( B <sub>r</sub> )	TK ( H <sub>cJ</sub> )	TK ( B <sub>r</sub> )	TK ( H <sub>cJ</sub> )	H <sub>mag</sub>
T	T	kA/m	kA/m	kA/m	kA/m	kJ/m <sup>3</sup>	kJ/m <sup>3</sup>	%/°C	%/°C	%/°C	%/°C	kA/m
1.28	1.22	990	925	1830	1670	315	280	-0.090	-0.61	-0.100	-0.55	2500

## Physical Properties

Density	Curie Temperature	Specific electrical resistance	Specific heat	Thermal conductivity	Coefficient of thermal expansion 20-100°C	Coefficient of thermal expansion 20-100°C
g/cm <sup>3</sup>	°C	Ω mm <sup>2</sup> /m	J/(kg·K)	W/(m·K)	c 10 <sup>-6</sup> /K	⊥ c 10 <sup>-6</sup> /K
7.7	ap. 350	1.2 - 1.6	ap. 440	ap. 9	5	-1

## Mechanical Properties

Max. Application Temperature	Young's modulus	Bending strength	Compressive strength	Vickers Hardness	Stress crack resistance
°C	kN/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	HV	K <sub>IC</sub> N/mm <sup>3/2</sup>
150	150	ap. 180	ap. 850	ap. 580	90-130

## Werkstoffdatenblatt



## PPE GF

Chem. Bezeichnung: Polyphenylenether

DIN-Kurzzeichen: PPE GF

Eigenschaften	Wert	Einheit	ISO/IEC
Dichte	1,3 / -	g/cm <sup>3</sup>	1183
Wasseraufnahme, relativ 1)	0,01 / 0,02	%	62
- bei Sättigung im Normalklima 23°C, 50%RF	0,03 / -	%	
- bei Sättigung im Wasser von 23°C	0,18 / -	%	
Thermische Eigenschaften	Wert	Einheit	ISO/IEC
Glasübergangstemperatur	150 / -	°C	—
Wärmeleitfähigkeit bei 23°C	0,28 / -	W/(k·m)	—
Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient: - mittlerer Wert zwischen 23 und 60°C	40 · 10 <sup>-6</sup> / -	m/(m·K)	—
Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient: - mittlerer Wert zwischen 23 und 100°C	40 · 10 <sup>-6</sup> / -	m/(m·K)	—
Formbeständigkeit in der Wärme unter Biegelast - Verfahren a: 1,8 MPa	135 / -	°C	75
Obere Gebrauchstemperatur in Luft: - kurzzeitig 2)	110 / -	°C	—
Obere Gebrauchstemperatur in Luft: - dauernd: während 5000/20.000 h	85 / -	°C	—
Brennverhalten nach UL 94 (Dicke 3mm/6mm)	HB / HB		—
Mechanische Eigenschaften	Wert	Einheit	ISO/IEC
Streckspannung/Bruchspannung	trocken 73 / -	MPa	527-1/-2
Zugfestigkeit	trocken 73 / -	MPa	527-1/-2
Bruchdehnung	trocken 5 / -	%	527-1/-2
Zug-Elastizitätsmodul	trocken 4100 / -	MPa	527-1/-2
Druckversuch -1% Stauchgrenze	trocken 23 / -	MPa	604
Zeitstand-Zugversuch 3)	trocken 47 / -	MPa	899
Schlagzähigkeit Charpy	trocken 37 / -	kJ/m <sup>2</sup>	179/1eU
Kugeldruckhärte H 358/30 oder H 961/30	trocken 205 / -	N/mm <sup>2</sup>	2039-1
Elektrische Eigenschaften	Wert	Einheit	ISO/IEC
Durchschlagfestigkeit	trocken 50 / -	kV/mm	60243
Oberflächenwiderstand	trocken 10 <sup>14</sup> / -	Ohm	60093
Dielektrizitätszahl bei 1 MHz	trocken 3,1 / -		60250
Dielektrischer Verlustfaktor tan δ bei 1 MHz	trocken 0,0021 / -		60250
Vergleichszahl der Kriechwegbildung	trocken KB 250 / -		60112
trocken = gemessen am trockenen Probekörper feucht = gemessen an bis zur Sättigung im Normalklima 23°C/50% RF o.B. = ohne Bruch			
1) nach 24h bzw. 96h Lagerung im Wasser von 23°C 2) nur wenige Stunden, ohne bzw. nur geringe mechanische Beanspruchung 3) Spannung, die nach 1.000h zu einer Dehnung von 1% führt (s 1/1000) 4) p = 0,05 N/mm <sup>2</sup> , v = 0,6 m/s gegen Stahl, gehärtet und geschliffen			

Die hier aufgeführten Werte liegen im normalen Bereich der Produkteigenschaften. Sie stellen jedoch keine zugesicherten Eigenschaftswerte dar und sollten nicht zu Spezifikationszwecken oder als alleinige Grundlage zur Konstruktion herangezogen werden. Faserverstärkte Materialien sind als anisotrop zu betrachten (Eigenschaften sind unterschiedlich parallel und senkrecht zur Extrusionsrichtung). Diese Daten haben somit nicht die Bedeutung, die chemische Beständigkeit, die Beschaffenheit der Produkte und die Handelsfähigkeit rechtlich verbindlich zuzusichern oder zu garantieren.

SCHMIDT + BARTL GMBH - AUF HERDENEN 30 - 78052 VS-VILLINGEN - TEL: 07721/99130 - FAX 07721/991320

www.schmidt-bartl.de e-mail: info@schmidt-bartl.de

Seite 1 von 1

## BÖHLER W722 VMR®

### Mechanische Eigenschaften

(Werte in Längsrichtung)

	Ausgehärtet	Lösungsgeglüht
Zugfestigkeit N/ mm <sup>2</sup>	1900 - 2100	980 - 1100
0,2-Grenze ca. N/ mm <sup>2</sup>	1800	900
Dehnung A <sub>5</sub> min. %	9	10
Einschnürung min. %	40	60
Kerbschlagzähigkeit DVM bei RT min. J	25	50
Dauerbiegewechselfestigkeit (N=10 <sup>7</sup> ) Richtwerte N/ mm <sup>2</sup>	> 735	--
Warmstreckgrenze min. N/ mm <sup>2</sup> bei		
100°C	1830	--
200°C	1720	--
300°C	1620	--
400°C	1490	--
500°C	1130	--
Bruchzähigkeit K <sub>IC</sub> N/mm <sup>2</sup>	--	80
Querkontraktionszahl	--	0,30
Kerbungsfestigkeitsverhältnis	--	1,30

## BÖHLER W722 VMR®

### Physikalische Eigenschaften

Dichte bei ..... 20°C ..... 8,10 ..... kg/dm<sup>3</sup>

Spezifische Wärme bei ..... 20°C ..... 420 ..... J/(kg.K)

Wärmeleitfähigkeit bei ..... 20°C ..... 21,0 ..... W/(m.K)

Spez. elektr. Widerstand bei ..... 20°C ..... 0,42 ..... Ohm.mm<sup>2</sup>/m

Elastizitätsmodul bei ..... 20°C ..... 200 x 10<sup>3</sup> ..... N/mm<sup>2</sup>

Schubmodul bei ..... 20°C ..... 73 x 10<sup>3</sup> ..... N/mm<sup>2</sup>

Maßänderung beim Aushärten in Längsrichtung ..... ca. - 0,08 ..... %

Wärmeausdehnung zwischen 20°C und ...°C, 10 <sup>-6</sup> m/(m.K) bei				
100°C	200°C	300°C	400°C	500°C
10,3	10,7	11,0	11,3	11,6

Für Anwendungen und Verarbeitungsschritte, die in der Produktbeschreibung nicht ausdrücklich erwähnt sind, ist in jedem Einzelfall Rücksprache zu halten.



## Produktdatenblatt

### ISO-PUR K 711

#### Beschreibung:

ISO-PUR K 711 ist ein mineralisch gefülltes, kalthärtendes 2-Komponenten-Polyurethangießharz auf Basis von Polyether- und -esterpolyolen sowie vernetzten aromatischen Diisocyanaten.

Formkörper aus ISO-PUR K 711 neigen nicht zur Versprödung. Das System zeichnet sich durch gute Wärmeableitung und sehr wenig Schrumpf während der Aushärtung aus. Die Masse besitzt gute Korrosionsschutzeigenschaften und hohes Haftvermögen auf Metall, Keramik und vielen Kunststoffen. Das Standardmischungsverhältnis Harz : Härter beträgt 6 : 1 Gew.-teile, jedoch können über andere Mischungsverhältnisse auch andere Härten eingestellt werden.

#### Technische Daten:

Harz	Viskosität / 20 °C	ca. 9000 mPa s	
	Farbe	beige*	
	Dichte / 20 °C	2,1 g / cm <sup>3</sup>	
Härter	Viskosität / 20 °C	ca. 120 mPa s	
	Farbe	braun	
	Dichte / 20 °C	1,2 g / cm <sup>3</sup>	
Mischung	Mischungsverhältnis Harz : Härter	5 : 1 Gew.-teile	6 : 1 Gew.-teile (Standardmischungsverhältnis)
	Viskosität / 20 °C	ca. 1800 mPa s	ca. 2000 mPa s
	Farbe	beige*	beige*
	Dichte / 20 °C	1,9 g / cm <sup>3</sup>	1,9 g / cm <sup>3</sup>
	Topfzeit / 20°C	ca. 6 min *	ca. 6 min *
	Gelierzeit / 20°C	ca. 8 min *	ca. 8 min *
	max. Reaktionstemperatur (240g-Ansatz, 20°C Starttemperatur)	ca. 55 - 60 °C *	ca. 50 - 55 °C *

\* oder nach Vereinbarung

Dieses Produktdatenblatt ersetzt frühere Ausgaben.

Stand: 01.06.05

**Fortsetzung technische Eigenschaften ISO-PUR K 711****Eigenschaften des ausgehärteten Produkts (typische Meßwerte):**

bei Mischungsverhältnis Harz : Härter	5 : 1 Gew.-teile	6 : 1 Gew.-teile
Härte	100 Shore A / ca. 85 Shore D	99 Shore A / ca. 82 Shore D
Temperaturbeständigkeit	dauerhaft: 145 °C kurzzeitig: 200 °C	dauerhaft: 145 °C kurzzeitig: 200 °C
Zugfestigkeit	4,5 N/mm <sup>2</sup>	4 N/mm <sup>2</sup>
Reißdehnung	10 %	12 %
Durchschlagsfestigkeit	>22 kV/mm	> 24 kV/mm
Durchschlagsfestigkeit im noch flüssigen Zustand	> 8 kV/mm	> 8 kV/mm
Dielektrischer Verlustfaktor tan $\delta$ / 25 °C / 50Hz	0,01	0,01
Dielektrizitätszahl $\epsilon$ / 25°C/ 50Hz		
Wärmeleitfähigkeit	1,6 W/K m	1,7 W/K m
Wärmeausdehnungskoeffizient		
Kriechstromfestigkeit	KA 3c	KA 3c
Wasseraufnahme nach 30 Tagen bei Wasserlagerung / 23 °C		
Chemikalienbeständigkeit gegenüber Mineralöl, verdünnter Schwefelsäure, gesättigter Kalkwasserlösung	keine sichtbare Veränderung	keine sichtbare Veränderung

**Hinweise zur Lagerung:**

Gebinde trocken und luftdicht verschlossen lagern.

**Hinweise zur Verarbeitung:**

Harzgebinde gründlich aufrühren. Dann Harz und Härter im angegebenen Mischungsverhältnis abwiegen und maschinell oder per Hand ca. 1 - 3 Minuten (je nach Ansatzgröße und Verarbeitungszeit) unter langsamen Rühren vermischen. Anschließend sofort vergießen. Eingerührte Luftblasen sind vor Ende der Verarbeitungszeit durch Evakuieren oder vorsichtigem Befächeln der Oberfläche mit einem Heißluftfön entfernbar.

Über weitere Produkteigenschaften informiert das EG-Sicherheitsdatenblatt.



Einen guten Kompromiss stellt die IM-Faser (InterModulus) dar. Sie hat eine höhere Steifigkeit und gleichzeitig ein höheres Dehnvermögen als die HT-Faser, ist aber deutlich preiswerter als die Kohlenstoff-Hochmodulfasertypen HM (Hochmodul) und UHM (Ultrahochmodul).

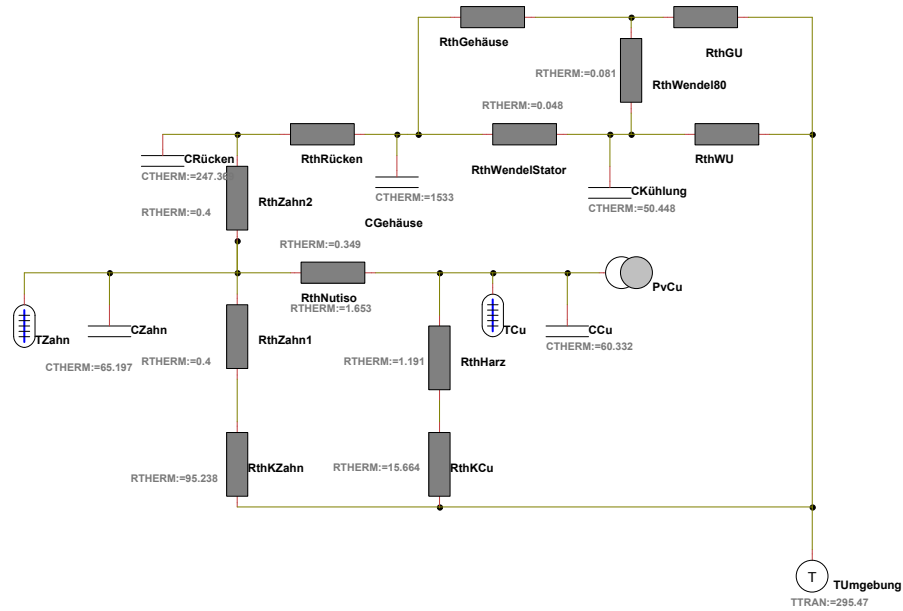
Zur Verbesserung der Benetzung und Haftung der Fasern mit der Matrix stehen geeignete Oberflächenbehandlungsverfahren zur Verfügung. Insbesondere die Benetzbarkeit und Haftung mit Epoxydharzen ist bei Kohlenstofffasern sehr gut, was sich auch in einer hohen dynamischen Festigkeit von kohlefaserverstärkten EP-Harzen widerspiegelt.

Kohlenstofffasern sind wegen ihres hohen E-Moduls für Anwendungen prädestiniert, in denen vor allem eine hohe Steifigkeit erforderlich ist. Während Glas- und Aramid-faser hohe elektrische Isolationswirkung haben, sind Kohlenstofffasern elektrisch leitend. Diese besondere Eigenschaft kann ausgenutzt werden, indem im Laminat eingebettete Kohlenstofffasern als Widerstandsleiter zur Beheizung von Formen verwendet werden.

Eigenschaft	Einheit	HT (HTA)	IM (IM 600)	HM (HM 35)
Dichte	g/cm <sup>3</sup> (20°C)	1,78	1,8	1,97
Zugfestigkeit	MPa	3.400	5.400	2350
Zug-E-Modul	GPa	235	290	358
Bruchdehnung	%	1,4	1,7	0,6
spez. Elektr. Widerstand	Ohm/cm (20°C)	710	---	710
thermischer Aus- dehnungskoeffizient	10 <sup>-6</sup> / K	- 0,1	---	-0,5
Wärmeleitfähigkeit	W/mK	17	---	115
spez. Wärme	J / kgK	710	---	710



## Anhang E: Wärmequellennetzwerk Portunus



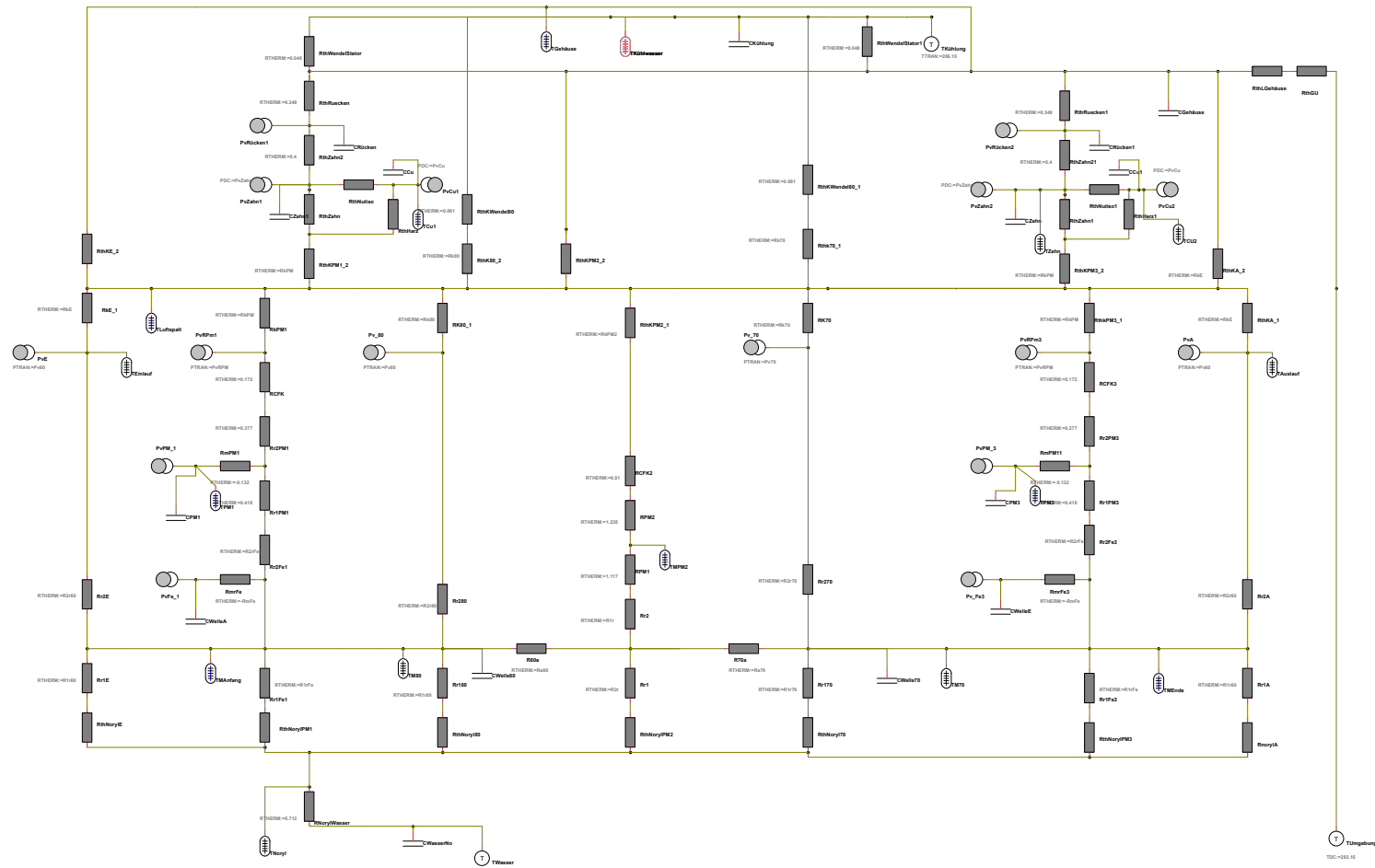


Abbildung E.1: Schaltplan in Portunus

## Anhang F: Berechnungen in Mathcad

### F.1 Material- und Konstruktionsgrößen

$n := 80000 \cdot \frac{1}{\text{min}}$	Drehzahl :	$Z := 6$	Anzahl Zähne
$i_{\text{Str}} := 12.75A$	Effektivwert Strangstrom		
$B_{\text{Zahn}} := 0.67T$	Flußdichte Zahn		
$B_{\text{Rücken}} := 0.8T$	Flußdichte Rücken		
$p := 1.01325\text{bar}$	Druck		

#### Temperaturen der Teilkörper in °C

$$\vartheta_{\text{Rot}} := 132 \quad \vartheta_{\delta} := 83 \text{ °C} \quad \vartheta_{\text{WKühlung}} := 13 \quad \vartheta_{\text{Cu}} := 78$$

#### Ermittlung der Materialgrößen in Abhängigkeit der Temperatur

Rotormaterial - entnommen aus Datenblatt Böhler Stahl

$$T_{\text{Rot}} := \begin{pmatrix} 23 \\ 150 \\ 300 \\ 350 \\ 400 \\ 500 \end{pmatrix} \quad \lambda_{\text{Rotor}} := \begin{pmatrix} 18.4 \\ 20.4 \\ 22.7 \\ 23.2 \\ 23.5 \\ 24 \end{pmatrix} \quad T_{\text{Cu}} := \begin{pmatrix} 0 \\ 200 \\ 400 \\ 600 \end{pmatrix} \quad c_{\text{pCu}} := \begin{pmatrix} 381 \\ 415 \\ 431 \\ 456 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{\text{Rotor}} := \text{linterp}(T_{\text{Rot}}, \lambda_{\text{Rotor}}, \vartheta_{\text{Rot}})$$

$$c_{\text{pCu}} := \text{linterp}(T_{\text{Cu}}, c_{\text{pCu}}, \vartheta_{\text{Cu}})$$

$$\lambda_{\text{Rot}} := \lambda_{\text{Rotor}} \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$c_{\text{pCu}} := c_{\text{pCu}} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda_{\text{Rot}} = 20.117 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

$$c_{\text{pCu}} = 394.26 \frac{\text{m}^2}{\text{K} \cdot \text{s}^2}$$

**Luft/Gasspalt**

Werten entnommen aus VDI Wärmeatlas und Tabelle FH Lübeck

$$c_{p\text{He}} := 5193 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$T_{\text{He2}} := \vartheta_{\delta}$$

$$T_{\text{He2}} = 356.15 \text{ K}$$

Berechnung Dichte

$$R_{\text{He}} := 2077.3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \text{spez. Gaskonstante entnommen Technische Strömungsmechanik Tab.11.6}$$

$$\rho_{\delta} := \frac{p}{R_{\text{He}} \cdot T_{\text{He2}}} = 0.137 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \rho(T,p)$$

Berechnung der dynamischen Viskosität

$$S_s := 86 \text{ K}$$

Formel und Werte entnommen aus  
W.Kümmel; Technische Strömungsmechanik, Theorie und  
Praxis; Teubner Verlag 2007; S. 321

$$B_s := 1.4885 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\sqrt{\text{K}}}$$

$$\eta_{\delta} := \frac{B_s \cdot T_{\text{He2}}^{1.5}}{T_{\text{He2}} + S_s}$$

$$\eta_{\delta} = 2.263 \times 10^{-5} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}$$

Berechnung der kinetischen Viskosität

$$\nu_{\delta} := \frac{\eta_{\delta}}{\rho_{\delta}}$$

$$\nu_{\delta} = 1.652 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

**Wärmeleitfähigkeit**

Daten entnommen VDI Wärmeatlas

$$\vartheta_{\text{Luft}} := \frac{\vartheta_{\delta} - 0^{\circ}\text{C}}{\text{K}} = 83$$

$$T_{\text{He}\lambda} := \begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ 100 \end{pmatrix} \quad \lambda_{\text{He}} := \begin{pmatrix} 0.1446 \\ 0.1536 \\ 0.1793 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{\text{Luft}} := \text{linterp}(T_{\text{He}\lambda}, \lambda_{\text{He}}, \vartheta_{\text{Luft}})$$

$$\lambda_{\delta} := \lambda_{\text{Luft}} \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda_{\delta} = 0.173 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

**Wasser**

Daten ermittelt aus VDI Wärmeatlas 13°C

$$\lambda_{\text{Wasser}} := 0.586 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\rho_{\text{Wasser}} := 998.57 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c_{p\text{Wasser}} := 4.198 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\eta_{\text{Wasser}} := 1.322 \cdot 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$$

$$\nu_{\text{Wasser}} := 1.323 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

**Daten Zentrifuge Stator**

$d_{\text{Statorbohrung}} := 82\text{mm}$	Durchmesser Statorbohrung
$d_{\text{Rücken}} := 130\text{mm}$	Durchmesser Rücken
$d_{\text{Stator}} := 190\text{mm}$	Durchmesser Stator
$d_{\text{Zentrifuge}} := 217\text{mm}$	Durchmesser Zentrifuge
$l_{\text{Fe}} := 50\text{mm}$	Eisenweg
$l_{\text{Zentrifuge}} := 481\text{mm}$	Gesamte Länge Zentrifuge
$b_{\text{Zahn}} := 30\text{mm}$	Breite Zahn
$\gamma_{\text{Fe}} := 0.92$	Eisenfüllfaktor

**Daten Wicklungen**

$A_{\text{Lges}} := 8$	Anzahl Lagen Gesamt
$d_{\text{Cu}} := 1.5\text{mm}$	
$b_{\text{Wicklung}} := 57\text{mm}$	
$N_{\text{Motor}} := 10$	Anzahl Wicklungen Motorwicklung
$N_{\text{Trag}} := 60$	Anzahl Tragwicklungen
$A_{\text{Cu}} := \frac{\pi}{4} d_{\text{Cu}}^2$	Querschnitt Wicklungen

**Daten Nutisolation**

$d_{\text{Nutiso}} := 0.3\text{mm}$	
$\lambda_{\text{Nutiso}} := 0.22 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$	Wärmeleitwert Nutisolation S.214 Tagungsband VDE Verlag Elektrisch Mechanische Antriebssysteme 6.-7.10.04 Wert: 0.2-0.3 W/mK

**Poystyrol**

$$\lambda_{\text{Poly}} := 0.08 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

**Kohlefaser** IM-Faser

$$\lambda_{\text{CFK}} := 20 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$h_{\text{CFK}} := 5\text{mm}$$

**Daten Magnete**

$h_{\text{PM}} := 5\text{mm}$	Höhe Magneten
$l_{\text{PM}} := 74\text{mm}$	Länge Magnet
$\rho_{\text{PM}} := 7.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	
$c_{\text{PM}} := 550 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kg}}$	Aus DB VACODYM 655 HR
$\lambda_{\text{PM}} := 5 \cdot \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}}$	
$l_{\text{PM2}} := 25\text{mm}$	

**Daten Rotor**

$d_{\text{Welle70}} := 70\text{mm}$	$l_{70} := 88\text{mm}$
$d_{\text{Welle}} := 60\text{mm}$	$l_{\text{Anfang}} := 42\text{mm}$
$d_{\text{Welle80}} := 80\text{mm}$	$l_{80} := 78\text{mm}$
$d_{\text{WelleI}} := 46\text{mm}$	
$r_{70} := \frac{d_{\text{Welle70}}}{2} = 0.035\text{ m}$	
$r_{60} := \frac{d_{\text{Welle}}}{2} = 0.03\text{ m}$	
$r_{\text{I}} := \frac{d_{\text{WelleI}}}{2} = 0.023\text{ m}$	
$r_{80} := \frac{d_{\text{Welle80}}}{2}$	
$\rho_{\text{Rot}} := 8.1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	Aus DB Böhler
$c_{\text{pRot}} := 420 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	Aus DB Böhler

**Daten Gießharz**

$$\lambda_{\text{Harz}} := 1.7 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}} \quad \text{Aus DB ISO-Elektra ISO-PUR K 711}$$

**Daten Noryl**

$d_{\text{Noryl1}} := 40\text{mm}$	Innendurchmesser Noryl
$d_{\text{Noryl2}} := 46\text{mm}$	Außendurchmesser Norylrohr
$\lambda_{\text{Noryl}} := 0.25 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}}$	Aus DB Schmidt und Bartl
$r_{\text{NorylI}} := \frac{d_{\text{Noryl1}}}{2}$	
$r_{\text{NorylA}} := \frac{d_{\text{Noryl2}}}{2} = 0.023\text{ m}$	
$l_{\text{n}} := 0.41\text{m}$	

**Daten Eisen**

$$\rho_{\text{Fe}} := 7.874 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$c_{\text{pFe}} := 500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda_{\text{Fe}} := 40 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \text{Wärmeleitwert Stahl}$$

**Daten Alu**

$$\rho_{\text{Alu}} := 2.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$c_{\text{pAlu}} := 897 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\lambda_{\text{Alu}} := 220 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

**Daten Kupfer**

$$\rho_{\text{Cu}} := 8.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\lambda_{\text{Cu}} := 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\kappa_{\text{Cu}} := 58 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{m}}$$

$$\alpha_{\text{Cu}} := 3.93 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\text{K}} \quad \text{Temperaturkoeffizient Kupfer}$$

## F.2 Verlustleistungen

### Luft/Gasreibungsverluste

#### Luftreibungsverluste nach IJEET

$$Re_{80Luft} := \frac{r_{80}^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}{\nu_{\delta}}$$

$$c_{wLuft} := 0.007$$

$$P_{v80} := c_{wLuft} \cdot \pi \cdot \rho_{\delta} \cdot (2 \cdot \pi n)^3 \cdot r_{80}^4 \cdot (r_{80}) = 181.338 \text{ W}$$

$$Re_{70Luft}(n) := \frac{r_{70}^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}{\nu_{\delta}}$$

$$P_{v70} := c_{wLuft} \cdot \pi \cdot \rho_{\delta} \cdot (2 \cdot \pi n)^3 \cdot r_{70}^4 \cdot (r_{70}) = 93.01 \text{ W}$$

$$P_{v60} := c_{wLuft} \cdot \pi \cdot \rho_{\delta} \cdot (2 \cdot \pi n)^3 \cdot r_{60}^4 \cdot (r_{60}) = 43.032 \text{ W}$$

$$P_{vIJEET} := P_{v80} + P_{v70} + P_{v60} = 317.38 \text{ W}$$

#### Berechnung Reibungsverluste Saari, Centner, Howey

$$Re_{\delta H60} := \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \delta_{60} \cdot r_{60}}{\nu_{\delta}} = 1.673 \times 10^4$$

$$c_{wH60} := 0.515 \cdot \frac{\left(\frac{\delta_{60}}{r_{60}}\right)^{0.3}}{Re_{\delta H60}^{0.5}} = \quad \quad \quad 500 < Re < 10^4$$

$$c_{wH60} := 0.0325 \cdot \frac{\left(\frac{\delta_{60}}{r_{60}}\right)^{0.3}}{Re_{\delta H60}^{0.2}} = 3.439 \times 10^{-3}$$

$$P_{vH60} := c_{wH60} \cdot \pi \cdot \rho_{\delta} \cdot (2 \cdot \pi n)^3 \cdot r_{60}^4 \cdot l_{\text{Anfang}} = 29.599 \text{ W}$$

$$Re_{\delta H70} := \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \delta_{70} \cdot r_{70}}{\nu_{\delta}} = 1.065 \times 10^4$$

$$c_{wH70} := 0.515 \cdot \frac{\left(\frac{\delta_{70}}{r_{70}}\right)^{0.3}}{Re_{\delta H70}^{0.5}} = \quad \quad \quad 500 < Re < 10^4$$



$$c_{wH70} := 0.0325 \cdot \frac{\left(\frac{\delta_{70}}{r_{70}}\right)^{0.3}}{Re_{\delta H70}^{0.2}} = 2.997 \times 10^{-3}$$

$$P_{vH70} := c_{wH70} \cdot \pi \cdot \rho_{\delta} \cdot (2 \cdot \pi \cdot n)^3 \cdot r_{70}^4 \cdot l_{70} = 100.114 \text{ W}$$

$$Re_{\delta H80} := \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot \delta_{80} \cdot r_{80}}{\nu_{\delta}} = 2.028 \times 10^3$$

$$c_{wH80} := 0.515 \cdot \frac{\left(\frac{\delta_{80}}{r_{80}}\right)^{0.3}}{Re_{\delta H80}^{0.5}} = 3.781 \times 10^{-3} \quad 500 < Re < 10^4$$

$$c_{wH80} := 0.0325 \cdot \frac{\left(\frac{\delta_{80}}{r_{80}}\right)^{0.3}}{Re_{\delta H80}^{0.2}} = \blacksquare$$

$$P_{vH80} := c_{wH80} \cdot \pi \cdot \rho_{\delta} \cdot (2 \cdot \pi \cdot n)^3 \cdot r_{80}^4 \cdot l_{80} = 191.006 \text{ W}$$

$$P_{vHPM} := c_{wH80} \cdot \pi \cdot \rho_{\delta} \cdot (2 \cdot \pi \cdot n)^3 \cdot r_{80}^4 \cdot l_{PM} = 181.211 \text{ W}$$

$$P_{vH} := P_{vH80} + 2P_{vHPM} + P_{vH70} + 2P_{vH60} = 712.738 \text{ W}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{P_{vH60}}{2Z} = 2.467 \text{ W} & \frac{P_{vH70}}{2Z} = 8.343 \text{ W} \\ \frac{P_{vHPM}}{2Z} = 15.101 \text{ W} & \frac{P_{vH80}}{2Z} = 15.917 \text{ W} \end{array} \quad \text{Reibungsverluste Wellenausschnitt}$$

#### Eisenverluste Statorblechpaket

$$\kappa_{hyst} := 1.3 \quad \text{Bearbeitungszuschlag und Formeln entnommen Fischer [6]}$$

$$\sigma_{hyst1} := 15 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$$

$$v_{spezRücken} := \sigma_{hyst1} \cdot \kappa_{hyst} \cdot \left(\frac{f}{400\text{Hz}}\right) \cdot \left(\frac{B_{Rücken}}{1 \cdot T}\right)^2$$

$$v_{spezRücken} = 41.6 \cdot \frac{\text{W}}{\text{kg}}$$

$$P_{vRücken} := m_{Rücken} \cdot v_{spezRücken} = 20.581 \cdot \text{W}$$

$$v_{spezZahn} := \sigma_{hyst1} \cdot \kappa_{hyst} \cdot \left(\frac{f}{400\text{Hz}}\right) \cdot \left(\frac{B_{Zahn}}{1 \cdot T}\right)^2$$

$$v_{spezZahn} = 29.179 \cdot \frac{\text{W}}{\text{kg}}$$

$$P_{vZahn} := m_{Zahn} \cdot v_{spezZahn} = 3.805 \text{ W}$$

Bestimmung der Eisenverluste Welle aus Auslaufversuch $P_{v\text{Versuch}} :=$ 

	0
0	$1.291 \cdot 10^3$
1	$1.189 \cdot 10^3$
2	$1.098 \cdot 10^3$
3	$1.017 \cdot 10^3$
4	943.433
5	876.586
6	815.228
7	758.475
8	705.609
9	656.057
10	609.366
11	565.188
12	523.262
13	483.395
14	445.454
15	...

 $n_{\text{Versuch}} :=$ 

	0
0	$4.094 \cdot 10^4$
1	$3.916 \cdot 10^4$
2	$3.762 \cdot 10^4$
3	$3.611 \cdot 10^4$
4	$3.443 \cdot 10^4$
5	$3.301 \cdot 10^4$
6	$3.162 \cdot 10^4$
7	$3.006 \cdot 10^4$
8	$2.874 \cdot 10^4$
9	$2.745 \cdot 10^4$
10	$2.601 \cdot 10^4$
11	$2.48 \cdot 10^4$
12	$2.362 \cdot 10^4$
13	$2.229 \cdot 10^4$
14	$2.118 \cdot 10^4$
15	...

 $P_{v\text{Versuch}} := \text{sort}(P_{v\text{Versuch}})$  $n_{\text{Versuch}} := \text{sort}(n_{\text{Versuch}})$  Aufsteigen sortieren $v := \text{regress}(n_{\text{Versuch}}, P_{v\text{Versuch}}, 2)$   $n_{p_v} := n \cdot \text{min}$  Drehzahl einheitslos $P_v := \text{interp}(v, n_{\text{Versuch}}, P_{v\text{Versuch}}, n_{p_v})$   $n_{p_v} = 8 \times 10^4$  $P_{v\text{Welle}} := P_v \cdot W$  Einheit hinzufügen $P_{v\text{Welle}} = 4.137 \times 10^3 \text{ W}$ 

Gesamten Wirbelstromverluste Rotor ermittelt mit Luft/Gasreibungsverluste nach Binder [11]

 $P_{v\text{Welleges}} := P_{v\text{Welle}} - P_{v\text{IJEET}} = 3.819 \times 10^3 \text{ W}$ 

Gesamten Wirbelstromverluste Rotor ermittelt mit Luft/Gasreibungsverluste nach Saari [10], Centner [14], Howey [17]

 $P_{v\text{WellegesS}} := P_{v\text{Welle}} - P_{vH} = 3.424 \times 10^3 \text{ W}$ Stromwärmeverluste

$$R_{\text{Str1Lager}} := \frac{l_{\text{Lager}}}{\kappa_{\text{Cu}} \cdot A_{\text{Cu}}} = 0.142 \Omega$$

$$R_{\text{Str1Motor}} := \frac{l_{\text{Motor}}}{\kappa_{\text{Cu}} \cdot A_{\text{Cu}}} = 0.047 \Omega$$

$$\Delta\vartheta := \vartheta_{\text{Cu}} - 20^\circ\text{C} = 58 \text{ K}$$

$$R_{\text{Str}} := (R_{\text{Str1Lager}} + R_{\text{Str1Motor}}) \cdot (1 + \alpha_{\text{Cu}} \cdot \Delta\vartheta)$$

$$R_{\text{Str}} = 0.233 \Omega$$

$$P_{v\text{Cu}} := \frac{R_{\text{Str}} \cdot i_{\text{Str}}^2}{2} = 18.907 \text{ W}$$

## F.3 Thermische Bestandteile

### 6.1 Welle

#### Widerstand Wellenausschnitt

Mit Innerer Wärmequelle (Wirbelstromverluste PvFe)

$$R_{\text{rmFe}} := \frac{-2Z}{8 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{\text{PM}} \cdot (r_{60}^2 - r_I^2)} \cdot \left( r_I^2 + r_{60}^2 - \frac{4 \cdot r_I^2 \cdot r_{60}^2}{r_{60}^2 - r_I^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{60}}{r_I}\right) \right) = -0.056 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{r1Fe}} := \frac{2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{\text{PM}} \cdot (r_{60}^2 - r_I^2)} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_{60}^2}{r_{60}^2 - r_I^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{60}}{r_I}\right) - 1 \right) = 0.185 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum inneren Rand}$$

$$R_{\text{r2Fe}} := \frac{2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{\text{PM}} \cdot (r_{60}^2 - r_I^2)} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_I^2}{r_{60}^2 - r_I^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{60}}{r_I}\right) \right) = 0.155 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum äußeren Rand}$$

Abschnitt unter PM2

$$R_{\text{r1}} := \frac{2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{\text{PM2}} \cdot (r_{60}^2 - r_I^2)} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_{60}^2}{r_{60}^2 - r_I^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{60}}{r_I}\right) - 1 \right) = 0.549 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{r2}} := \frac{2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{\text{PM2}} \cdot (r_{60}^2 - r_I^2)} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_I^2}{r_{60}^2 - r_I^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{60}}{r_I}\right) \right) = 0.46 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Widerstände Welle am Einlauf und Auslauf

$$R_{\text{r1A}} := \frac{1 \cdot 2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{\text{Anfang}} \cdot (r_{60}^2 - r_I^2)} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_{60}^2}{r_{60}^2 - r_I^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{60}}{r_I}\right) - 1 \right) = 0.327 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum inneren Rand}$$

$$R_{\text{r2A}} := \frac{1 \cdot 2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{\text{Anfang}} \cdot (r_{60}^2 - r_I^2)} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_I^2}{r_{60}^2 - r_I^2} \cdot \ln\left(\frac{r_{60}}{r_I}\right) \right) = 0.274 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum äußeren Rand}$$

## Wellenabschnitt 80

$$R_{r180} := \frac{2 \cdot Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{80}} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_{80}^2}{r_{80}^2 - r_I^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{80}}{r_I} \right) - 1 \right) = 0.398 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum inneren Rand}$$

$$R_{r280} := \frac{2 \cdot Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{80}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_I^2}{r_{80}^2 - r_I^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{80}}{r_I} \right) \right) = 0.276 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum äußeren Rand}$$

$$R_{a80} := \frac{l_{80} \cdot 2Z}{3\pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot (r_{80}^2 - r_I^2)} = 4.61 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand axial}$$

## Wellenabschnitt 70

$$R_{r170} := \frac{1 \cdot 2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{70}} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_{70}^2}{r_{70}^2 - r_I^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{70}}{r_I} \right) - 1 \right) = 0.258 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum inneren Rand}$$

$$R_{r270} := \frac{1 \cdot 2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot l_{70}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_I^2}{r_{70}^2 - r_I^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{70}}{r_I} \right) \right) = 0.195 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum äußeren Rand}$$

$$R_{a70} := \frac{l_{70} \cdot 2Z}{3\pi \cdot \lambda_{\text{Rot}} \cdot (r_{70}^2 - r_I^2)} = 8.003 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand axial}$$

Bestimmung der Wärmekapazitäten

Wärmekapazität Welle

Einlauf d=60mm

$$C_{\text{WelleA}} := \frac{\frac{\pi}{4} \rho_{\text{Rot}} \left[ (d_{\text{Welle}}^2 - d_{\text{WelleI}}^2) \cdot (l_{\text{Anfang}} + l_{\text{PM}}) \right]}{2Z} \cdot c_{\text{pRot}}$$

$$C_{\text{WelleA}} = 38.33 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad C_{\text{WelleE}} := C_{\text{WelleA}}$$

Wärmekapazität Welle

d=80mm

$$C_{\text{Welle80}} := \frac{\frac{\pi}{4} \rho_{\text{Rot}} \left[ (d_{\text{Welle80}}^2 - d_{\text{WelleI}}^2) \cdot (l_{80}) \right]}{2Z} \cdot c_{\text{pRot}}$$

$$C_{\text{Welle80}} = 74.402 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Wärmekapazität Welle  
d=70mm

$$C_{\text{Welle70}} := \frac{\frac{\pi}{4} \rho_{\text{Rot}} \left[ \left( d_{\text{Welle70}}^2 - d_{\text{WelleI}}^2 \right) \cdot (l_{70}) \right]}{2Z} \cdot c_{\text{pRot}}$$

$$C_{\text{Welle70}} = 54.55 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

## 6.2 Permanentmagnet

### Leitungswiderstand PM1 + PM3

$$R_{\text{rmPM}} := \frac{-1 \cdot 2Z}{8 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{PM}} \cdot l_{\text{PM}}} \cdot \left[ r_{60}^2 + (r_{60} + h_{\text{PM}})^2 - \frac{4 \cdot r_{60}^2 \cdot (r_{60} + h_{\text{PM}})^2}{(r_{60} + h_{\text{PM}})^2 - r_{60}^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{60} + h_{\text{PM}}}{r_{60}} \right) \right]$$

$$R_{\text{rmPM}} = -0.132 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{r1PM}} := \frac{1 \cdot 2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{PM}} \cdot l_{\text{PM}}} \cdot \left[ \frac{2 \cdot (r_{60} + h_{\text{PM}})^2}{(r_{60} + h_{\text{PM}})^2 - r_{60}^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{60} + h_{\text{PM}}}{r_{60}} \right) - 1 \right] = 0.418 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum inneren Rand}$$

$$R_{\text{r2PM}} := \frac{1 \cdot 2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{PM}} \cdot l_{\text{PM}}} \cdot \left[ 1 - \frac{2 \cdot r_{60}^2}{(r_{60} + h_{\text{PM}})^2 - r_{60}^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{60} + h_{\text{PM}}}{r_{60}} \right) \right] = 0.377 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \text{Widerstand zum äußeren Rand}$$

### Widerstand Messmagnet PM2

$$R_{\text{r1PM2}} := \frac{2Z \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{PM}} \cdot l_{\text{PM2}}} \cdot \left[ \frac{2 \cdot (r_{60} + h_{\text{PM}})^2}{(r_{60} + h_{\text{PM}})^2 - r_{60}^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{60} + h_{\text{PM}}}{r_{60}} \right) - 1 \right] = 1.238 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{r2PM2}} := \frac{1 \cdot 2Z}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{PM}} \cdot l_{\text{PM2}}} \cdot \left[ 1 - \frac{2 \cdot r_{60}^2}{(r_{60} + h_{\text{PM}})^2 - r_{60}^2} \cdot \ln \left( \frac{r_{60} + h_{\text{PM}}}{r_{60}} \right) \right] = 1.117 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

### Wärmekapazität PM1 PM3

$$m_{\text{PM}} := \frac{\pi}{4} \cdot \left[ (d_{\text{Welle}} + h_{\text{PM}})^2 - d_{\text{Welle}}^2 \right] \cdot l_{\text{PM}} \cdot \rho_{\text{PM}} = 0.28 \text{ kg}$$

$$C_{\text{PM}} := \frac{m_{\text{PM}}}{2Z} \cdot c_{\text{PM}} = 12.82 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

**6.3 Widerstand Kohlfaser (CFK)**

$$R_{thCFK} := \frac{\ln\left(\frac{r_{80}}{r_{60} + h_{PM}}\right) \cdot Z}{\pi \cdot l_{PM} \cdot \lambda_{CFK}} = 0.172 \cdot \frac{K}{W} \quad \text{CFK von PM1 und PM3}$$

$$R_{thCFK2} := \frac{\ln\left(\frac{r_{80}}{r_{60} + h_{PM}}\right) \cdot Z}{\pi \cdot l_{PM2} \cdot \lambda_{CFK}} = 0.51 \cdot \frac{K}{W} \quad \text{CFK von Messmagnet}$$

**6.4 Noryl**

$$R_{thNorylA} := \frac{\ln\left(\frac{r_{NorylA}}{r_{NorylI}}\right) \cdot Z}{\pi \cdot l_{Anfang} \cdot \lambda_{Noryl}} = 25.421 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{thNorylPM} := \frac{\ln\left(\frac{r_{NorylA}}{r_{NorylI}}\right) \cdot Z}{\pi \cdot l_{PM} \cdot \lambda_{Noryl}} = 14.428 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{thNoryl180} := \frac{\ln\left(\frac{r_{NorylA}}{r_{NorylI}}\right) \cdot Z}{\pi \cdot l_{80} \cdot \lambda_{Noryl}} = 13.688 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{thNoryl170} := \frac{\ln\left(\frac{r_{NorylA}}{r_{NorylI}}\right) \cdot Z}{\pi \cdot l_{70} \cdot \lambda_{Noryl}} = 12.133 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{thNorylPM2} := \frac{\ln\left(\frac{r_{NorylA}}{r_{NorylI}}\right) \cdot Z}{\pi \cdot l_{PM2} \cdot \lambda_{Noryl}} = 42.708 \cdot \frac{K}{W}$$

**6.5 Zu separierenden Medium**Wärmeübergangswiderstand

$$Q_{Wasser} := \frac{1 \text{ liter}}{60 \text{ s}} \quad \text{Volumenstrom} \quad d_{Wehr} := 30 \text{ mm}$$

$$A_{NorylRohr} := \frac{\pi}{4} \cdot (d_{NorylI}^2 - d_{Wehr}^2) = 5.498 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \text{Fläche Rohr}$$

$$w_{Wasser} := \frac{Q_{Wasser}}{A_{NorylRohr}} = 0.03 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Geschwindigkeit Wasser}$$

$$Re_{Wasser} := \frac{w_{Wasser} \cdot d_{NorylI}}{\nu_{Wasser}} = 916.56 \quad \text{Laminare Strömung } Re < 2300$$

$$\text{Pr}_{\text{Wasser}} := \frac{\eta_{\text{Wasser}} \cdot c_{p\text{Wasser}}}{\lambda_{\text{Wasser}}} = 9.476$$

$$\text{Nu}_{m01} := 3.66$$

$$\text{Nu}_{m02} := 1.615 \cdot \left[ \text{Rey}_{\text{Wasser}} \cdot \text{Pr}_{\text{Wasser}} \cdot \left[ \frac{d_{\text{Noryl1}}}{(l_{\text{Anfang}} + l_{80})} \right] \right]^{\frac{1}{3}} = 23.018$$

$$\text{Nu}_{m\text{NorylWasser}} := \left[ \text{Nu}_{m01}^3 + 0.7^3 + (\text{Nu}_{m02} - 0.7)^3 \right]^{\frac{1}{3}} = 22.351$$

$$\alpha_{\text{NorylWasser}} := \frac{\text{Nu}_{m\text{NorylWasser}} \cdot \lambda_{\text{Wasser}}}{d_{\text{Noryl1}}} = 327.248 \cdot \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \quad \text{Wärmeübergangszahl}$$

$$A_{\text{NorylWasser}} := \frac{\pi \cdot d_{\text{Noryl1}} \cdot (l_n)}{2Z} = 4.294 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$R_{\text{thKNoryl}} := \frac{1}{\alpha_{\text{NorylWasser}} \cdot A_{\text{NorylWasser}}} = 0.712 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad \begin{array}{l} \text{Wärmeübergangswiderstan} \\ \text{Noryl Wasser Ausschnitt} \end{array}$$

#### Wärmekapazität

$$m_{\text{WasserNo}} := \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (d_{\text{Noryl1}}^2 - d_{\text{Wehr}}^2) \cdot l_n}{2Z} \cdot \rho_{\text{Wasser}} = 0.019 \text{ kg}$$

$$C_{\text{WasserNo}} := m_{\text{WasserNo}} \cdot c_{p\text{Wasser}} = 78.743 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

#### Wärmeleitungswiderstan Polystyrol

$$R_{\text{thPoly}} := \frac{\ln \left( \frac{d_{\text{Noryl1}}}{d_{\text{Wehr}}} \right) \cdot Z}{\lambda_{\text{Poly}} \cdot l_n \cdot \pi} = 16.751 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

#### 6.6 Luft/Gasspalt

##### Übergang für Wellendurchmesser = 60mm

$$r_{\text{Statorbohrung}} := \frac{d_{\text{Statorbohrung}}}{2} = 0.041 \text{ m}$$

$$\omega_{\text{rot}} := n \cdot 2\pi = 8.378 \times 10^3 \frac{1}{\text{s}} \quad \text{Winkelgeschwindigkeit}$$

$$\delta_{60} := r_{\text{Statorbohrung}} - r_{60} = 0.011 \text{ m}$$

$$r_{m60} := \frac{r_{60} + r_{\text{Statorbohrung}}}{2} = 0.036 \text{ m}$$

$$Ta_{m60} := \frac{\omega_{\text{rot}} \cdot r_{m60}^{0.5} \cdot (r_{\text{Statorbohrung}} - r_{60})^{1.5}}{\nu_{\delta}} = 1.102 \times 10^4$$

$$S_{60} := 0.0571 \cdot \left[ 1 - 0.652 \cdot \frac{\frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{60})}{r_{m60}}}{1 - \frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{60})}{2 \cdot r_{m60}}} \right] + 0.00056 \cdot \left[ 1 - 0.652 \cdot \frac{\frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{60})}{r_{m60}}}{1 - \frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{60})}{2 \cdot r_{m60}}} \right]^{-1}$$

$$S_{60} = 0.044$$

$$F_{g60} := \frac{\pi^2}{41.19 \cdot \sqrt{S_{60}}} \cdot \left( 1 - \frac{r_{\text{Statorbohrung}} - r_{60}}{2 \cdot r_{m60}} \right) = 0.963$$

$$\frac{Ta_{m60}^2}{F_{g60}^2} = 1.309 \times 10^8$$

$$Nu_{\text{IEEE60}} := 2^{\blacksquare}$$

$$Nu_{\text{IEEE60}} := 0.128 \cdot \left( \frac{Ta_{m60}^2}{F_{g60}^2} \right)^{0.367} = \blacksquare$$

$$Nu_{\text{IEEE60}} := 0.409 \cdot \left( \frac{Ta_{m60}^2}{F_{g60}^2} \right)^{0.241} = 36.977$$

$$\alpha_{\text{kIIEET60}} := \frac{Nu_{\text{IEEE60}} \cdot \lambda_{\delta}}{\delta_{60}} = 583.138 \cdot \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2}$$

$$\frac{Ta_{m60}^2}{F_{g60}^2} < 1700$$

$$\frac{Ta_{m60}^2}{F_{g60}^2} < 10^4$$

$$10^4 < \frac{Ta_{m60}^2}{F_{g60}^2}$$

#### Übergang für Wellendurchmesser = 70mm

$$r_{m70} := \frac{r_{70} + r_{\text{Statorbohrung}}}{2} = 0.038 \text{ m}$$

$$\delta_{70} := r_{\text{Statorbohrung}} - r_{70} = 6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$Ta_{m70} := \frac{\omega_{\text{rot}} \cdot r_{m70}^{0.5} \cdot (r_{\text{Statorbohrung}} - r_{70})^{1.5}}{\nu_{\delta}} = 4.594 \times 10^3$$

$$S_{70} := 0.0571 \cdot \left[ 1 - 0.652 \cdot \frac{\frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{70})}{r_{m70}}}{1 - \frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{70})}{2 \cdot r_{m70}}} \right] + 0.00056 \cdot \left[ 1 - 0.652 \cdot \frac{\frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{70})}{r_{m70}}}{1 - \frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{70})}{2 \cdot r_{m70}}} \right]^{-1}$$

$$S_{70} = 0.051$$



$$F_{g70} := \frac{\pi^2}{41.19 \cdot \sqrt{S_{70}}} \cdot \left( 1 - \frac{r_{\text{Statorbohrung}} - r_{70}}{2 \cdot r_{m70}} \right) = 0.974$$

$$\frac{T_{a70}^2}{F_{g70}^2} = 2.225 \times 10^7$$

$$Nu_{\text{IEEE}70} := 2^{\frac{T_{a70}^2}{F_{g70}^2}} \quad \frac{T_{a60}^2}{F_{g60}^2} < 1700$$

$$Nu_{\text{IEEE}70} := 0.128 \cdot \left( \frac{T_{a70}^2}{F_{g70}^2} \right)^{0.367} = \frac{T_{a60}^2}{F_{g60}^2} < 10^4$$

$$Nu_{\text{IEEE}70} := 0.409 \cdot \left( \frac{T_{a70}^2}{F_{g70}^2} \right)^{0.241} = 24.123 \quad 10^4 < \frac{T_{a60}^2}{F_{g60}^2}$$

$$\alpha_{\text{kIIEET}70} := \frac{Nu_{\text{IEEE}70} \cdot \lambda_{\delta}}{\delta_{70}} = 697.452 \cdot \frac{W}{K \cdot m^2}$$

Übergang für Wellendurchmesser = 80mm

$$r_{m80} := \frac{r_{80} + r_{\text{Statorbohrung}}}{2} = 0.041 \text{ m} \quad \delta_{80} := r_{\text{Statorbohrung}} - r_{80} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$T_{a80} := \frac{\omega_{\text{rot}} \cdot r_{m80}^{0.5} \cdot (r_{\text{Statorbohrung}} - r_{80})^{1.5}}{\nu_{\delta}} = 322.702$$

$$S_{80} := 0.0571 \cdot \left[ 1 - 0.652 \cdot \frac{\frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{80})}{r_{m80}}}{1 - \frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{80})}{2 \cdot r_{m80}}} \right] + 0.00056 \cdot \left[ 1 - 0.652 \cdot \frac{\frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{80})}{r_{m80}}}{1 - \frac{(r_{\text{Statorbohrung}} - r_{80})}{2 \cdot r_{m80}}} \right]^{-1}$$

$$S_{80} = 0.057$$

$$F_{g80} := \frac{\pi^2}{41.19 \cdot \sqrt{S_{80}}} \cdot \left( 1 - \frac{r_{\text{Statorbohrung}} - r_{80}}{2 \cdot r_{m80}} \right) = 0.994$$

$$\frac{T_{a80}^2}{F_{g80}^2} = 1.055 \times 10^5$$

$$Nu_{\text{IEEE}80} := 2^{\frac{T_{a80}^2}{F_{g80}^2}}$$

$$Nu_{\text{IEEE}80} := 0.128 \cdot \left( \frac{T_{a80}^2}{F_{g80}^2} \right)^{0.367} = 8.928$$

$$\frac{T_{a60}^2}{F_{g60}^2} < 1700$$

$$\frac{T_{a60}^2}{F_{g60}^2} < 10^4$$

$$Nu_{IEEE80} := 0.409 \cdot \left( \frac{Ta_{m80}^2}{F_{g80}^2} \right)^{0.241} = 10^4 < \frac{Ta_{m60}^2}{F_{g60}^2}$$

$$\alpha_{kIET80} := \frac{Nu_{IEEE80} \cdot \lambda_{\delta}}{\delta_{80}} = 1.549 \times 10^3 \cdot \frac{W}{K \cdot m^2}$$

$$R_{th\delta IEEETA} := \frac{1}{\alpha_{kIET60} \cdot \frac{d_{Welle} \cdot l_{Anfang} \cdot \pi}{2Z}} = 2.599 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{th\delta IET80} := \frac{1}{(\alpha_{kIET80}) \cdot \frac{d_{Welle80} \cdot (l_{80}) \cdot \pi}{2Z}} = 0.395 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{th\delta IET70} := \frac{1}{(\alpha_{kIET70}) \cdot \frac{d_{Welle70} \cdot l_{70} \cdot \pi}{2Z}} = 0.889 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{th\delta IETPM} := \frac{1}{(\alpha_{kIET80}) \cdot \frac{d_{Welle80} \cdot l_{PM} \cdot \pi}{2Z}} = 0.417 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{th\delta IETPM2} := \frac{1}{(\alpha_{kIET80}) \cdot \frac{d_{Welle80} \cdot l_{PM2} \cdot \pi}{2Z}} = 1.233 \cdot \frac{K}{W}$$

## 6.7 Kühlung

### Übergangswiderstand Wendel Stator

$$d_{Kühlrohr} := \frac{15.75mm + 12mm}{2} = 0.014m \quad \text{Durchmesser Kühlrohr}$$

$$n_{Wendel} := 4 \quad \text{Anzahl Windungen}$$

$$D_{wStator} := \frac{203mm + 217mm}{2} = 0.21m \quad \text{Mittlerer Durchmesser Rohrwendel aus Technischer Zeichnung ermittelt (Für Wendel Stator)}$$

$$h_{steigung} := 16mm \quad \text{Höhe der Steigung aus Zeichnung ermittelt}$$

$$D_{Stator} := D_{wStator} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{h_{steigung}}{\pi \cdot D_{wStator}} \right)^2 \right] = 0.21m \quad \text{Mittlerer Krümmungsdurchmesser der Rohrwendel}$$

$$Re_{krit} := 2300 \left[ 1 + 8.6 \cdot \left( \frac{d_{Kühlrohr}}{D_{Stator}} \right)^{0.45} \right] = 8.123 \times 10^3 \quad \text{Kritische Reynoldszahl}$$

$$Q_{Wendel} := 3.5 \frac{\text{liter}}{\text{min}} \quad \text{Gemessen!!}$$

$$A_{Rohr} := \frac{\pi}{4} d_{Kühlrohr}^2 = 1.512 \times 10^{-4} m^2$$

$$w_{wasser} := \frac{Q_{Wendel}}{A_{Rohr}} = 0.386 \frac{m}{s}$$

$$\text{Re}_{\text{Wendel}} := \frac{w_{\text{Wasser}} \cdot d_{\text{Kühlrohr}}}{\nu_{\text{Wasser}}} = 4.046 \times 10^3$$

$$\text{Pr} := \frac{\eta_{\text{Wasser}} \cdot c_{p\text{Wasser}}}{\lambda_{\text{Wasser}}} = 9.476 \quad \text{Pr}_W := \text{Pr}$$

Laminare Strömung

$$m_L := 0.5 + 0.2903 \cdot \left( \frac{d_{\text{Kühlrohr}}}{D_{\text{Stator}}} \right)^{0.194}$$

$$\text{Nu}_{\text{WendelL}} := \left[ 3.66 + 0.08 \left[ 1 + 0.8 \left( \frac{d_{\text{Kühlrohr}}}{D_{\text{Stator}}} \right)^{0.9} \right] \text{Re}_{\text{Wendel}}^{m_L} \cdot \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \right] \cdot \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_W} \right)^{0.14} = 51.448$$

$$\alpha_{\text{Wendel}} := \frac{\text{Nu}_{\text{WendelL}} \cdot \lambda_{\text{Wasser}}}{d_{\text{Kühlrohr}}} = 2.172 \times 10^3 \cdot \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2}$$

Aktive Fläche ist Innenseite der Rohrwendel

$$l_{\text{Wendel}} := \pi \cdot D_{\text{Stator}} = 0.66 \text{ m}$$

$$A_{\text{OStator}} := \frac{\pi \cdot d_{\text{Kühlrohr}} \cdot l_{\text{Wendel}} \cdot n_{\text{Wendel}}}{2Z}$$

$$\text{R}_{\text{thWendelStator}} := \frac{1}{\alpha_{\text{Wendel}} \cdot A_{\text{OStator}}} = 0.048 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

#### Übergangswiderstand Wendel d=80mm

$$D_{w80} := \frac{100\text{mm} + 86\text{mm}}{2} = 0.093 \text{ m} \quad \text{Mittlerer Durchmesser Rohrwendel aus Technischer Zeichnung ermittelt (Für Wendel 80)}$$

$$D_{80} := D_{w80} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{h_{\text{Steigung}}}{\pi \cdot D_{w80}} \right)^2 \right] = 0.093 \text{ m} \quad \begin{array}{l} \text{Höhe der Steigung aus Zeichnung ermittelt} \\ \text{Mittlerer Krümmungsdurchmesser der} \\ \text{Rohrwendel} \end{array}$$

$$\text{Re}_{\text{krit80}} := 2300 \left[ 1 + 8.6 \cdot \left( \frac{d_{\text{Kühlrohr}}}{D_{80}} \right)^{0.45} \right] = 1.069 \times 10^4 \text{ Kritische Reynoldszahl}$$

$$\text{Re}_{\text{Wendel}} = 4.046 \times 10^3$$

Laminare Strömung

$$m_{L80} := 0.5 + 0.2903 \cdot \left( \frac{d_{\text{Kühlrohr}}}{D_{80}} \right)^{0.194}$$

$$\text{Nu}_{\text{WendelL80}} := \left[ 3.66 + 0.08 \left[ 1 + 0.8 \left( \frac{d_{\text{Kühlrohr}}}{D_{80}} \right)^{0.9} \right] \text{Re}_{\text{Wendel}}^{m_{L80}} \cdot \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \right] \cdot \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_W} \right)^{0.14}$$

$$\text{Nu}_{\text{WendelL80}} = 68.836$$

$$\alpha_{\text{Wendel80}} := \frac{\text{Nu}_{\text{Wendel80}} \cdot \lambda_{\text{Wasser}}}{d_{\text{Kühlrohr}}} = 2.906 \times 10^3 \cdot \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2}$$

Aktive Fläche ist Innenseite der Rohrwendel

$$l_{\text{Wendel80}} := \pi \cdot D_{80} = 0.293 \text{ m}$$

$$A_{\text{O80}} := \frac{\pi \cdot d_{\text{Kühlrohr}} \cdot l_{\text{Wendel80}} \cdot 4}{2Z}$$

$$R_{\text{thWendel80}} := \frac{1}{\alpha_{\text{Wendel80}} \cdot A_{\text{O80}}} = 0.081 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

#### Wärmekapazität Kühlung

$$m_{\text{Wasser}} := \frac{\frac{\pi}{4} d_{\text{Kühlrohr}}^2 \cdot (l_{\text{Wendel}} + l_{\text{Wendel80}})}{2Z} \cdot \rho_{\text{Wasser}} = 0.012 \text{ kg}$$

$$C_{\text{Kühlung}} := m_{\text{Wasser}} \cdot c_{p\text{Wasser}} = 50.346 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

### **6.8 Gehäuse**

#### Leitungswiderstand Gehäuse

$$R_{\text{thGehäuse}} := \frac{2l_{\text{Fe}}}{\lambda_{\text{Alu}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_{\text{Zentrifuge}}^2 - d_{\text{Stator}}^2)} + \frac{l_{\text{Zentrifuge}} - l_{\text{Fe}}}{\lambda_{\text{Alu}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_{\text{Zentrifuge}}^2 - d_{\text{Statorbohrung}}^2)} = 1.374 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

#### Wärmeübergangswiderstand

$$\alpha_{\text{Ruhend}} := 14 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$R_{\text{thGU}} := \frac{1}{\alpha_{\text{Ruhend}} \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{Zentrifuge}} \cdot l_{\text{Zentrifuge}}}{2Z}} = 2.614 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Übergangswiderstand  
Gehäuseausschnitt  
Umgebung

#### Wärmekapazität

$$m_{\text{Gehäuse}} := \frac{\pi}{4} \cdot \rho_{\text{Alu}} \cdot \left[ 2 \cdot (d_{\text{Zentrifuge}}^2 - d_{\text{Stator}}^2) \cdot (l_{\text{Fe}}) + (d_{\text{Zentrifuge}}^2 - d_{\text{Statorbohrung}}^2) \cdot \left( \frac{l_{\text{Zentrifuge}} - l_{\text{Fe}}}{2} \right) \right]$$

$$m_{\text{Gehäuse}} = 20.776 \text{ kg}$$

$$C_{\text{Gehäuse}} := \frac{m_{\text{Gehäuse}}}{2Z} \cdot c_{p\text{Alu}} = 1.553 \times 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Wärmekapazität Gehäuseausschnitt

**6.9 Zahn**Leitungswiderstand

$$R_{thZahn} := \frac{(d_{Rücken} - d_{Statorbohrung})}{4 \cdot \lambda_{Fe} \cdot \frac{l_{Fe} \cdot b_{Zahn}}{2}} = 0.4 \cdot \frac{K}{W} \quad \text{Leitungswiderstand 1/2 Zahn}$$

Wärmekapazität

$$m_{Zahn} := \frac{b_{Zahn} \cdot l_{Fe}}{2} \cdot \frac{(d_{Rücken} - d_{Statorbohrung})}{2} \cdot \gamma_{Fe} \cdot \rho_{Fe} = 0.13 \text{ kg}$$

$$C_{Zahn} := (m_{Zahn}) \cdot c_{pFe} = 65.197 \cdot \frac{J}{K}$$

**6.10 Rücken**Leitungswiderstand

$$l_{Rücken} := \pi \cdot \frac{(d_{Stator} + d_{Rücken})}{2} = 0.503 \text{ m} \quad \text{mittlerer Umfang Rückengesamt}$$

$$l_{Rückenteil} := \frac{l_{Rücken}}{2Z} = 0.042 \text{ m} \quad \text{Länge Rückenausschnitt}$$

$$R_{thRücken} := \frac{l_{Rückenteil}}{\lambda_{Fe} \cdot l_{Fe} \cdot (d_{Stator} - d_{Rücken})} = 0.349 \cdot \frac{K}{W} \quad \text{Leitungswiderstand Rückenausschnitt}$$

Wärmekapazität

$$m_{Rückenges} := \frac{\pi}{4} \cdot l_{Fe} \cdot \rho_{Fe} \cdot (d_{Stator}^2 - d_{Rücken}^2) = 5.937 \text{ kg}$$

$$m_{Rücken} := \frac{m_{Rückenges}}{2Z} = 0.495 \text{ kg}$$

$$C_{Rücken} := m_{Rücken} \cdot c_{pFe} = 247.369 \cdot \frac{J}{K}$$

**6.11 Nutisolation**

$$h_{Wicklung} := 11 \cdot d_{Cu} = 0.017 \text{ m}$$

$$R_{thNutiso} := \frac{d_{Nutiso}}{\lambda_{Nutiso} \cdot l_{Fe} \cdot h_{Wicklung}} = 1.653 \cdot \frac{K}{W}$$

**6.12 Wicklung**

Wicklungswiderstände gemessen mit 5 m Anschlussleitung bei 20°C  
2 Wicklungen in Reihe geschaltet, Anschlussleitung HFCY 1,5 mm<sup>2</sup>

$$R_{StrMotor} := 192 \cdot 10^{-3} \Omega \quad \text{Strangwiderstand Motorwicklung}$$

$$R_{StrLager} := 382 \cdot 10^{-3} \Omega \quad \text{Strangwiderstand Lagerwicklung}$$

$$l_{Motorges} := \kappa_{Cu} \cdot A_{Cu} \cdot R_{StrMotor} = 19.679 \text{ m}$$

$$l_{\text{Motor}} := \frac{l_{\text{Motorges}} - 10\text{m}}{2} = 4.839\text{ m} \quad \text{Länge 1 Motorwicklung ohne Anschlussleitung}$$

$$l_{\text{Lagerges}} := \kappa_{\text{Cu}} \cdot A_{\text{Cu}} \cdot R_{\text{StrLager}} = 39.153\text{ m}$$

$$l_{\text{Lager}} := \frac{l_{\text{Lagerges}} - 10\text{m}}{2} = 14.576\text{ m} \quad \text{Länge 1 Lagerwicklung ohne Anschlussleitung}$$

$$m_{\text{Cu}} := A_{\text{Cu}} \cdot (l_{\text{Motor}} + l_{\text{Lager}}) \cdot \rho_{\text{Cu}}$$

$$C_{\text{Cu}} := \frac{m_{\text{Cu}} \cdot c_{p\text{Cu}}}{2} = 60.332 \cdot \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad \text{Wärmekapazität 1/2 Wicklung}$$

### **6.13 Gießharz**

$$R_{\text{thHarz}} := \frac{\frac{d_{\text{Rücken}} - d_{\text{Statorbohrung}}}{2} - h_{\text{Wicklung}}}{\lambda_{\text{Harz}} \cdot \left( b_{\text{Wicklung}} \cdot l_{\text{Fe}} + b_{\text{Wicklung}} \cdot \frac{b_{\text{Zahn}}}{2} \right)} = 1.191 \cdot \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

## F.4 Wärmequellennetzwerk

### Festlegung der Wärmeübergangswiderstände

Übergangswiderstand Wicklung Luftspalt

$$R_{thKCu} := \frac{1}{\alpha_{\delta ruhend} \cdot A_{Harz}} = 15.664 \cdot \frac{K}{W}$$

Übergangswiderstand Zahn Luft

$$R_{thKZahn} := \frac{1}{\alpha_{\delta ruhend} \cdot \frac{l_{Fe} \cdot b_{Zahn}}{2}} = 95.238 \cdot \frac{K}{W}$$

$$R_{thLU} := 1 \cdot 10^{-15} \frac{K}{W} \quad \text{Wärmeübergang Luftspalt - Umgebung ohne Welle}$$

$$R_{thü} := 1 \cdot 10^{15} \frac{K}{W} \quad \text{Übergangswiderstände ohne Kontakt zur Umgebung}$$

Ermittlung Wärmeübergang Kühlung aus Volumenstrom

$$R_{thWU} := \frac{2Z}{Q_{Wendel} \cdot c_{pWasser} \cdot \rho_{Wasser}} = 0.049 \frac{K \cdot s^3}{m^2 \cdot kg}$$

### Aufstellen Lösungsmatrix

$$t := 0 \text{min}, 0.01 \text{min}.. 120 \text{min}$$

$$a_1(t) := 1 + \left( \frac{R_{thLU}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} + \frac{R_{thLU}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}} \right)$$

$$a_2(t) := -\frac{R_{thLU}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}} \right)$$

$$a_3(t) := -\frac{R_{thLU}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thLU} \cdot C_{Luft}}} \right)$$

$$a_4(t) := 0$$

$$a_5(t) := 0$$

$$a_6(t) := 0$$

$$b_1(t) := -\frac{R_{thü}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thü} \cdot C_{Zahn}}} \right)$$

$$b_2(t) := 1 + \left( \frac{R_{thü}}{R_{thZahn} + R_{thKZahn}} + \frac{R_{thü}}{R_{thNutiso}} + \frac{R_{thü}}{R_{thZahn} + R_{thRücken}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thü} \cdot C_{Zahn}}} \right)$$

$$b_3(t) := -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thNutiso}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right)$$

$$b_4(t) := -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn} + R_{thR\ddot{u}cken}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Zahn}}} \right)$$

$$b_5(t) := 0$$

$$c_1(t) := -\left( \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Cu}}} \right)$$

$$c_2(t) := -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thNutiso}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Cu}}} \right)$$

$$c_3(t) := 1 + \left( \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thKCu} + R_{thHarz}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thNutiso}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{Cu}}} \right)$$

$$c_4(t) := 0$$

$$c_5(t) := 0$$

$$c_6(t) := 0$$

$$d_1(t) := 0$$

$$d_2(t) := -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn} + R_{thR\ddot{u}cken}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}} \right)$$

$$d_3(t) := 0$$

$$d_4(t) := 1 + \left( \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thZahn} + R_{thR\ddot{u}cken}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thGeh\ddot{a}use}} + \frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thWendelStator}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}} \right)$$

$$d_5(t) := -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thWendelStator}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}} \right)$$

$$d_6(t) := -\frac{R_{th\ddot{u}}}{R_{thGeh\ddot{a}use}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{th\ddot{u}} \cdot C_{R\ddot{u}cken}}} \right)$$

$$e_1(t) := 0$$

$$e_2(t) := 0$$



$$e_3(t) := 0$$

$$e_4(t) := -\frac{R_{thWU}}{R_{thWendelStator}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thWU} \cdot C_{Kühlung}}} \right)$$

$$e_5(t) := 1 + \left( \frac{R_{thWU}}{R_{thWendelStator}} + \frac{R_{thWU}}{R_{thWendel80}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thWU} \cdot C_{Kühlung}}} \right)$$

$$e_6(t) := -\frac{R_{thWU}}{R_{thWendel80}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thWU} \cdot C_{Kühlung}}} \right)$$

$$f_1(t) := 0$$

$$f_2(t) := 0$$

$$f_3(t) := 0$$

$$f_4(t) := -\frac{R_{thGU}}{R_{thGehäuse}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thGU} \cdot C_{Gehäuse}}} \right)$$

$$f_5(t) := -\frac{R_{thGU}}{R_{thWendel80}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thGU} \cdot C_{Gehäuse}}} \right)$$

$$f_6(t) := 1 + \left( \frac{R_{thGU}}{R_{thGehäuse}} + \frac{R_{thGU}}{R_{thWendel80}} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thGU} \cdot C_{Gehäuse}}} \right)$$

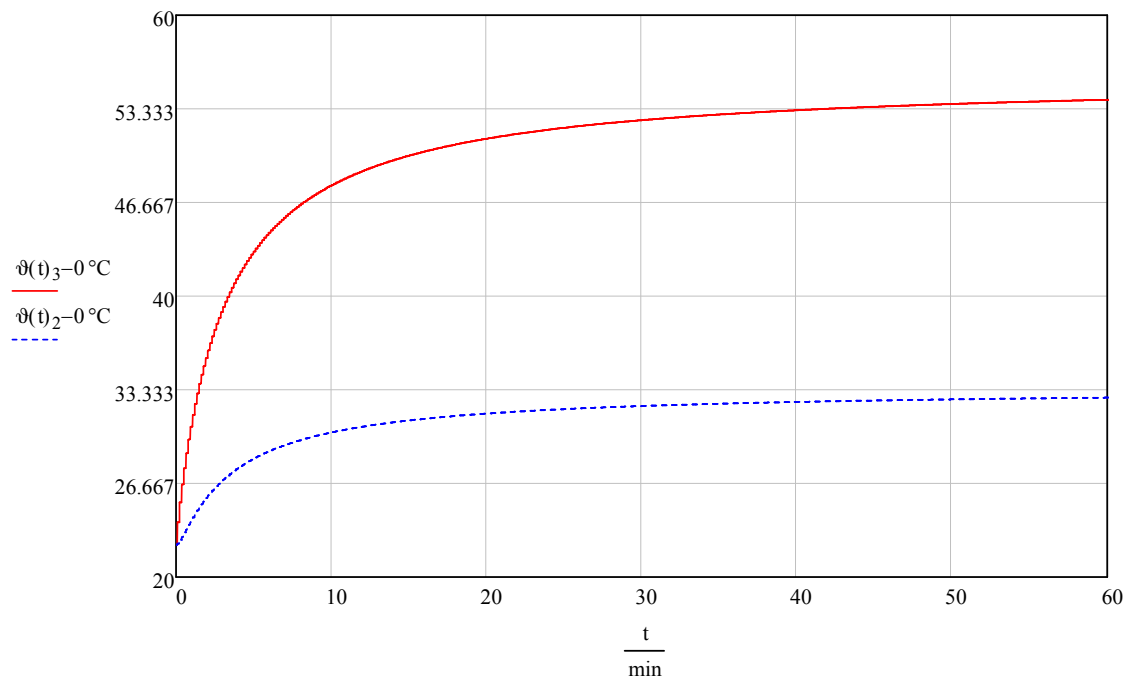
$$\underline{\underline{A}}(t) := \begin{pmatrix} a_1(t) & a_2(t) & a_3(t) & a_4(t) & a_5(t) & a_6(t) \\ b_1(t) & b_2(t) & b_3(t) & b_4(t) & b_5(t) & b_6(t) \\ c_1(t) & c_2(t) & c_3(t) & c_4(t) & c_5(t) & c_6(t) \\ d_1(t) & d_2(t) & d_3(t) & d_4(t) & d_5(t) & d_6(t) \\ e_1(t) & e_2(t) & e_3(t) & e_4(t) & e_5(t) & e_6(t) \\ f_1(t) & f_2(t) & f_3(t) & f_4(t) & f_5(t) & f_6(t) \end{pmatrix}$$

$$P(t) := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{vCu} \cdot R_{thü} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{thü} \cdot C_{Cu}}} \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vartheta_{Erw}(t) := A(t)^{-1} \cdot P(t)$$

$$\vartheta(t) := 22.32^\circ\text{C} + \vartheta_{Erw}(t)$$

$$\vartheta(20000\text{min}) = \begin{pmatrix} 22.32 \\ 33.447 \\ 55.594 \\ 23.498 \\ 22.966 \\ 23.129 \end{pmatrix} \cdot ^\circ\text{C} \quad \begin{pmatrix} \vartheta_{\text{Luftspalt}} \\ \vartheta_{\text{Zahn}} \\ \vartheta_{\text{Cu}} \\ \vartheta_{\text{Kühlung}} \\ \vartheta_{\text{Gehäuse}} \end{pmatrix}$$



## Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich meine Arbeit selbstständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und die Arbeit noch nicht anderweitig für Prüfungszwecke vorgelegt habe.

Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Mittweida, 25. September 2014